
DIPLOMARBEIT

Frau
Jutta Lindemann

**Berechnung der Luftschalldäm-
mung von Bauteilen mittels
FE-Methode**

Mittweida, 2011

DIPLOMARBEIT

**Berechnung der Luftschalldäm-
mung von Bauteilen mittels
FE-Methode**

Autorin:
Jutta Lindemann

Studiengang:
Umwelttechnik/ Biotechnologie

Seminargruppe:
UT06wU1

Erstprüfer:
Prof. Dr.-Ing. Hübelt

Zweitprüfer:
Dr.-Ing. Baradiy

Drittprüfer:
Dr. rer. nat. Schulz

Einreichung:
Mittweida, 29.07.2011

Verteidigung/Bewertung:
Mittweida, 10.08.2011

Bibliografische Angaben

Lindemann, Jutta:

Berechnung der Luftschalldämmung von Bauteilen mittels FE-Methode; 64 Seiten,
1 Anlage, Hochschule Mittweida (FH), Fakultät Mathematik/ Naturwissenschaften/ In-
formatik, Diplomarbeit, 2011

Referat

Ziel dieser Arbeit ist es die Genauigkeit der Vereinfachung für die Bestimmung des Schalldämm-Maßes für den Schalleinfallswinkel von 45° , anstelle eines diffusen Schalleinfalls, zu prüfen. Dazu wurde zunächst nach einer Möglichkeit gesucht ein diffuses Schallfeld mittels FE-Modellen nachzubilden. Auf Grundlage dieser Untersuchungen wurde dann das Schalldämm-Maß einer Wand vergleichsweise für ein diffuses Schallfeld und einer einfallenden Welle von 45° bestimmt.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	i
Abkürzungsverzeichnis	iii
Formelzeichen	v
Abbildungsverzeichnis	xi
Tabellenverzeichnis	xiii
Vorwort	xv
0 Übersicht	1
0.1 Motivation	1
0.2 Zielsetzung	2
0.3 Kapitelübersicht	2
1 Akustische Grundlage	3
2 Einführung in die Finite-Elemente-Methode und Untersuchungen zur Vernetzung.....	19
2.1 Die Finite-Elemente-Methode	19
2.2 Kurze Einführung in Comsol 3.5a	21
2.3 Vernetzung	21
2.3.1 Anforderungen an die Vernetzung.....	22
2.3.2 Umsetzung in Comsol 3.5a	22
2.4 Zusammenhänge zwischen Volumen – Elementgröße und Anzahl der Elemente.....	24
3 Schallfeld einer Kugelquelle.....	27
3.1 Fernfeld eines Kugelstrahlers	27
3.2 Darstellen von Freifeldbedingungen	28
3.2.1 Nicht-reflektierende Ränder in Comsol 3.5a	29
3.2.2 Vergleich mit schallharten Rändern.....	30
3.3 Leistungsbestimmung der Kugelquelle	33
3.3.1 Leistungsbestimmung mittels Intensität.....	34
3.3.2 Leistungsbestimmung mittels Hüllflächenverfahren.....	35
3.3.3 Leistung der Kugelquelle mit Hilfe des Schalldruckes	36
3.3.4 Vergleich und Schlussfolgerungen	38
4 Nachbilden eines diffusen Schallfeldes	39

4.1	Gemittelter Schalldruckpegel im Raum	39
4.1.1	Eigenfrequenzen eines Raumes	39
4.1.2	Gemittelter Schalldruckpegel über die Eigenmoden	41
4.2	Überlagerung von Ebenen Wellen	44
4.2.1	Ebene Welle mit Schalleinfallswinkel von 45° auf schallharte Wand.....	44
4.2.2	Reflexionen der Ebenen Wellen an allen Raumbegrenzungsflächen.....	45
4.2.3	Vergleich der verschiedenen Randbedingungen für den Raum mit einfallender Welle.....	46
5	Bestimmung der Schalldämm-Maße einer Stahlbetonwand	49
5.1	Analytische Bestimmung des Schalldämm-Maßes nach Heckl und daraus resultierende Materialgrößen.....	49
5.2	Bestimmung der Eigenschaften und Eigenfrequenzen der Wand	51
5.2.1	Eigenschaften der Wand	51
5.2.2	Eigenfrequenzen der Wand.....	52
5.3	Vergleich der Analytischen Bestimmung nach Heckl und DIN EN 12354-154	
5.4	Numerische Bestimmung des Schalldämm-Maßes.....	57
5.5	Vergleich und Auswertung der Ergebnisse	59
6	Zusammenfassung und Ausblick	63
	Literaturverzeichnis	I
	Anlagen	V
	Eigenständigkeitserklärung.....	XXIII

Abkürzungsverzeichnis

EG	Elementgröße
E-Modul	Elastizitätsmodul
EZ	Anzahl der Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FE-Methode	Finite-Elemente-Methode
FE-Modell	Finite-Elemente-Modell
PML	Perfectly Matched Layer
RBC	Radiation Boundary Condition

Formelzeichen

A	äquivalente Absorptionsfläche	[m ²]
B'	Biegesteifigkeit	[Nm]
c	Schallgeschwindigkeit	[m/s]
c_0	Schallgeschwindigkeit in Luft	[m/s]
c_B	Biegewellengeschwindigkeit	[m/s]
c_L	Longitudinalwellengeschwindigkeit	[m/s]
E	Elastizitätsmodul	[Pa]
E_{Kin}	kinetische Energie pro Volumenelement	[J]
E_{Pot}	potentielle Energie pro Volumenelement	[J]
f	Frequenz	[Hz]
Δf	Frequenzbereich	[Hz]
f_{11}	erste Eigenfrequenzen der Wand	[Hz]
f_c	Koinzidenzgrenzfrequenz	[Hz]
f_E	Eigenfrequenzen der Wand	[Hz]
f_{gr}	Grenzfrequenz für ein diffuses Schallfeld	[Hz]
f_m	Terzmittenfrequenz	[Hz]
f_n	Eigenfrequenz eines Raumes	[Hz]

vi		Formelzeichen
f_o	obere Frequenzgrenze	[Hz]
f_u	untere Frequenzgrenze	[Hz]
h	Wanddicke	[m]
I	Schallintensität	[W/m ²]
I_0	Bezugsschallintensität $I_0 = 10^{-12}$	[W/m ²]
K	Kompressionsmodul	[Pa]
k	Wellenzahl	[1/m]
k_B	BiegeWellenzahl	[1/m]
L_I	Schallintensitätspegel	[dB]
L_p	Schalldruckpegel	[dB]
L_{p1}	gemittelter Schalldruckpegel im Senderaum	[dB]
L_{p2}	gemittelter Schalldruckpegel im Senderaum	[dB]
$L_{p,ges}$	Gesamtschalldruckpegel	[dB]
$L_{p,m}$	energetisch gemittelter Schalldruckpegel	[dB]
L_S	Messflächen-Maß	[dB]
L_v	Schnellepegel	[dB]
L_W	Schallleistungspegel	[dB]
l_x	Abmessung in x-Richtung	[m]
l_y	Abmessung in y-Richtung	[m]
l_z	Abmessung in y-Richtung	[m]

M	molare Masse	[kg/mol]
m''	flächenbezogene Masse	[kg/m ²]
n_x	laufender Zähler in x-Richtung	[1]
n_y	laufender Zähler in y-Richtung	[1]
n_z	laufender Zähler in z-Richtung	[1]
P	Schallleistung	[W]
P_0	Bezugsschallleistung $P_0 = 10^{-12}$	[W]
P_e	auftreffende Leistung	[W]
P_δ	dissipierte Leistung	[W]
P_ρ	reflektierte Leistung	[W]
P_τ	transmittierte Leistung	[W]
p	Schalldruck	[Pa]
\tilde{p}	Effektivwert des Schalldruckes	[Pa]
\hat{p}	Spitzenwert des Schalldruckes	[Pa]
p_0	Bezugsschalldruck $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$	[Pa]
R	universelle Gaskonstante $R = 8,314510$	[J/(K·mol)]
R	Schalldämm-Maß	[dB]
R'	Bau-Schalldämm-Maß	[dB]
\underline{r}	Reflexionsfaktor	[1]
S	Fläche	[m ²]

S_0	Bezugsfläche $S_0 = 1$	$[\text{m}^2]$
T	absolute Temperatur	$[\text{K}]$
T	Nachhallzeit	$[\text{s}]$
T	Integrationsdauer	$[\text{s}]$
V	Volumen	$[\text{m}^3]$
Z_0	Schallkennimpedanz	$[\text{Ns}/\text{m}^3]$
Z_{ak}	akustische Strahlungsresistanz	$[\text{Ns}/\text{m}^5]$
\underline{Z}_T	Trennimpedanz	$[\text{Ns}/\text{m}^3]$
\underline{Z}_w	Wandimpedanz	$[\text{Ns}/\text{m}^3]$

α	Absorptionsgrad	[1]
δ	Dissipationsgrad	[1]
δ	Schalleinfallswinkel	[°]
Φ	Schallschnellepotenzial	[m ² /s]
η	Verlustfaktor	[1]
η_{tot}	Gesamtverlustfaktor	[1]
κ	Adiabatene exponent	[1]
λ	Wellenlänge	[m]
λ_B	Biegewellenlänge	[m]
λ_{Be}	Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle	[m]
λ_{Luft}	Wellenlänge in Luft	[m]
λ_S	Spurwellenlänge	[m]
μ	Poissonsche Querkontraktionszahl Mittelwert für Baustoffe $\mu \approx 0,35$	[1]
ρ	Reflexionsgrad	[1]
ρ	Dichte des Mediums	[kg/m ³]
ρ_0	Dichte der Luft	[kg/m ³]
σ	Abstrahlgrad	[1]
τ	Transmissionsgrad	[1]
ν	Schallschnelle	[m/s]
ν_0	Bezugsschallschnelle $\nu_0 = 2 \cdot 10^{-5}$	[m/s]

x	Formelzeichen
ω	Kreisfrequenz [Hz]
ξ	Schallausschlag [m]

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Frequenzbereiche der Akustik [Fasold, 1998]	3
Abbildung 2: Prinzipdarstellung zu Absorption, Reflexion und Transmission bei Schalleinfall auf eine Wand, in Anlehnung an [Fasold, 1998]	9
Abbildung 3: Anregung einer erzwungenen Biegewelle auf einer Wand in Anlehnung	13
Abbildung 4: schematischer Verlauf des Schalldämm-Maßes einer einschaligen Wand in Anlehnung an [Fasold, 1998]	16
Abbildung 5: Schallübertragungswege zwischen zwei aneinandergrenzenden Räumen [Veit, 1998]	18
Abbildung 6: ein vernetzter Würfel 1m x 1m x 1m mit einer maximalen Elementgröße von 1m	23
Abbildung 7: Elementanzahl bei veränderlichem Volumen des Raumes bei konstanter Elementgröße	24
Abbildung 8: Elementanzahl bei veränderlicher Elementgröße bei konstantem Raumvolumen	25
Abbildung 9: links: Kugelquelle mit Strahlungsbedingung im Schnitt in y-z-Ebene Legende: 76,169 bis 130,969 dB	
rechts: Kugelquelle mit schallharten Rändern im Schnitt in y-z-Ebene Legende: 11,616 bis 130,969 dB	31
Abbildung 10: links: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für Strahlungsbedingung mit linearer x-Achse	
rechts: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für schallharte Ränder mit linearer x-Achse	31
Abbildung 11: links: Kugelquelle mit PML (3,5 bis 5,5 m) im Schnitt in y-z-Ebene Legende: 53,523 bis 130,969 dB	
rechts: Kugelquelle mit PML (5,5 bis 6,0 m) im Schnitt in y-z-Ebene Legende: 62,716 bis 130,969 dB	32
Abbildung 12: links: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für PML (3,5 bis 5,5 m) mit linearer x-Achse	
rechts: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für PML (5,5 bis 6,0 m) mit linearer x-Achse	32
Abbildung 13: Abweichung der numerisch bestimmten zu den analytisch bestimmten Eigenfrequenzen des Raumes in Abhängigkeit vom Vernetzungsgrad .	40
Abbildung 14: Abweichung des Schalldruckes zwischen den Positionen über die Anzahl der Eigenfrequenzen	42
Abbildung 15: Variante 1 links: Schalldruck auf Ränder ; Legende -2,618 bis 2,534 Pa	
Variante 2 rechts: Schalldruck auf Rändern; Legende -0,0151 bis 0,0162 Pa	46
Abbildung 16: Variante 1 links: Schalldruck auf Schnitten in y-z-Ebene; Legende -2,451 bis 2,387 Pa	
Variante 2 rechts: Schalldruck auf Schnitten y-z-Ebene; Legende -0,0135 bis 0,0141 Pa	47

Abbildung 17:	Variante 1 links: Schalldruckpegel auf Schnitten in x-z- Ebene und y-z-Ebene; Legende 80-100dB Variante 2 rechts: Schalldruckpegel auf Schnitten in x-z- Ebene und y-z-Ebene; Legende 28 bis 58 dB 47
Abbildung 18:	Vergleich der Messergebnisse mit der analytischen Bestimmung der Schalldämm-Maße für verschiedene Werte der Materialgrößen 50
Abbildung 19:	links: Gesamtverschiebung auf den Rändern und Pfeile für die Gesamtverschiebung für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende 3,622e-4 bis 3,367 m rechts: Verschiebung in x-Richtung auf den Rändern für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende -3,34 bis 3,338 m 53
Abbildung 20:	links: Verschiebung in y-Richtung auf den Rändern für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende -0,424 bis 0,424 m rechts: Verschiebung in z-Richtung auf den Rändern für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende -0,0730 bis 0,0731 m..... 54
Abbildung 21:	Vergleich der Werte der analytischen Berechnungen des Schalldämm- Maßes nach Heckl(1), Heckl(2) und DIN EN 12354-1 56
Abbildung 22:	Geometrie des in Comsol 3.5a erstellten Simulationsmodells 58
Abbildung 23:	Vergleich der Simulationsergebnisse für diffuses Schallfeld und Schalleinfallswinkel von 45° für die verschiedenen Bestimmungen des resultierenden Schalldämm-Maßes mit den Simulationsergebnissen von [Jerusel, 2009] 60
Abbildung 24:	Vergleich zwischen den Messergebnissen und den Simulationsergebnissen..... 61

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Elementgröße, minimales Volumen für diffusen Raum und Elementanzahl zu den Terzmittenfrequenzen.....	26
Tabelle 2: Entfernungen für das Fernfeld eines Kugelstrahlers	27
Tabelle 3: Gegenüberstellung der ermittelten Intensitäten für die Randbedingungen RBC und schallhart	33
Tabelle 4: ermittelte Leistungen für die verschiedenen Verfahren für unterschiedliche Abstände von der Quelle	38
Tabelle 5: Zusammenstellung verschiedener Werte für die Materialgrößen der Wand 50	
Tabelle 6: Abmessungen der Wand	51
Tabelle 7: flächenbezogen Masse, Biegesteifigkeit und Longitudinalwellengeschwindigkeit der Wand.....	51
Tabelle 8: Vergleich der analytisch und der numerisch berechneten Eigenfrequenzen der Wand.....	53

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand an der Hochschule Mittweida im Fachbereich Mathematik / Physik / Informatik (MPI) und in Zusammenarbeit mit der iproplan[®] Planungsgesellschaft mbH in Chemnitz.

An dieser Stelle möchte ich mich recht herzlich bei all jenen bedanken, die mich bei der Erstellung der Diplomarbeit unterstützen. Besonderer Dank gilt hierbei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörn Hübelt, Herrn Dipl.-Informatiker (FH) Marcel Scheuche für die Bereitstellung und Pflege der Rechentechnik und den Mitarbeitern der Abteilung Bauphysik der iproplan[®] Planungsgesellschaft mbH.

Mittweida, Juli 2011

0 Übersicht

0.1 Motivation

Mittels numerischen Simulationen kann das physikalische Verhalten von Bauteilen, Baugruppen und Medien analysiert und nachvollzogen werden. Sie gewinnen immer mehr an Bedeutung. Im Gegenzug kann die Anzahl an experimentellen Untersuchungen reduziert werden. Vor allem bei der Entwicklung neuer Bauteile und Geräte spielt die Simulation eine große Rolle, da Zeit und Kosten eingespart werden können. Der Bau von vielen Prototypen und Messungen an diesen kann eingeschränkt werden.

Der Wunsch nach Ruhe in den eigenen vier Wänden oder am Arbeitsplatz und im Gegenzug der Wunsch nach mehr Mobilität und der damit verbundene Bau von Verkehrsstrecken und die Herstellung von Konsumgütern in gewerblichen Räumlichkeiten erfordern die schallschutztechnische Planung für trennende Bauteile, wie Fenster, Türen, Wände, Decken und Dächern.

Die Numerische Akustik kann genutzt werden, um das Wissen der Akustik in quantitative Resultate zu überführen. Mittels FE-Modellen können die Vorgänge bei der Schallübertragung analysiert werden. Doch es ist zu beachten, „steckt man Unsinn hinein, kommt auch Unsinn hinaus“ [Müller, 2004, S. 59]. Aus diesem Grund ist den Ergebnissen der numerischen Simulation nicht unbegründet zu vertrauen.

In einer bereits vorliegenden Diplomarbeit [Jerusel, 2009] wurde auf Basis einer FEM-Simulation die Schalldämmung von ein- und mehrschaligen Bauteilen untersucht. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind dabei den Standardverfahren nach DIN 4109 und DIN EN 12354 und weiteren analytischen Beschreibungen gegenübergestellt worden. Eine wesentliche Vereinfachung dieser numerischen Simulation war die Annahme eines einzigen Schalleinfallswinkel von 45° zur Flächennormalen der Wand.

0.2 Zielsetzung

In dieser Arbeit soll die Genauigkeit der Herangehensweise in [Jerusel, 2009] bei der Berechnung der Schalldämmung von Wänden zwischen Räumen, in denen sich ein annähernd diffuses Schallfeld ausbreitet, untersucht werden. Anstelle der Berechnung des Schalldämm-Maßes für ein diffuses Schallfeld in beiden Räumen, wie es die [DIN EN ISO 10140-2] verlangt, wurde der Einfachheit halber nur der Schalleinfallswinkel von 45° untersucht. Für den anstehenden Vergleich werden die Untersuchungen beispielhaft an einem Bauteil aus [Jerusel, 2009] durchgeführt. In Anlehnung an [DIN EN 12354-1] ist die angestrebte Genauigkeit des zu bestimmenden Schalldämm-Maßes auf 2 dB festgesetzt.

0.3 Kapitelübersicht

Die Diplomarbeit besteht aus sieben Kapiteln.

Nach der allgemeinen Einleitung des ersten Kapitels werden im **Kapitel 1** die akustischen Grundlagen erläutert. Dieses Elementarwissen soll der gesamten Arbeit als Grundlage dienen.

In den **Kapitel 2 bis 4** werden Voruntersuchungen beschrieben. Einfache akustische Sachverhalte werden mit dem FE-Programm Comsol 3.5a modelliert. Der Vergleich mit analytischen Betrachtungen ermöglicht eine Einschätzung inwiefern die Berechnung mittels FE-Modellen korrekt ist.

Im **Kapitel 2** wird eine kleine Einführung in die Finite-Elemente-Methode gegeben. Weiterhin werden die Anforderungen an die Vernetzung von FE-Modellen untersucht, damit die erforderliche Rechenzeit abgeschätzt werden kann. Im **3. Kapitel** wird eine Kugelquelle näher betrachtet. Die Abstrahlung ins Freifeld und die Leistungsbestimmung mittels der Intensität sollen helfen die Umsetzung in Comsol 3.5a zu verstehen. Anschließend folgt im **Kapitel 4** eine Gegenüberstellung für die Modellierung von diffusen Räumen.

Im **5. Kapitel** werden die Voruntersuchungen in einem Modell für die Bestimmung der Schalldämmung einer Wand umgesetzt. Die Ergebnisse werden mit Messergebnissen und analytischen Betrachtungen verglichen.

Abschließend werden die wichtigsten Erkenntnisse und Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst.

1 Akustische Grundlage

Schall

Unter Schall versteht man mechanische Schwingungen in gasförmigen und flüssigen Medien sowie in Festkörpern. Im engeren Sinne ist er der eigentliche Hörschall. Wie In Abbildung 1 zu sehen ist, erstreckt sich dieser von 16 Hz bis 20 kHz. [Fasold, 1984] Das Auftreten von Schall ist an Materie gebunden und durch räumliche und zeitliche Schwankungen der Mediumdichte gekennzeichnet.

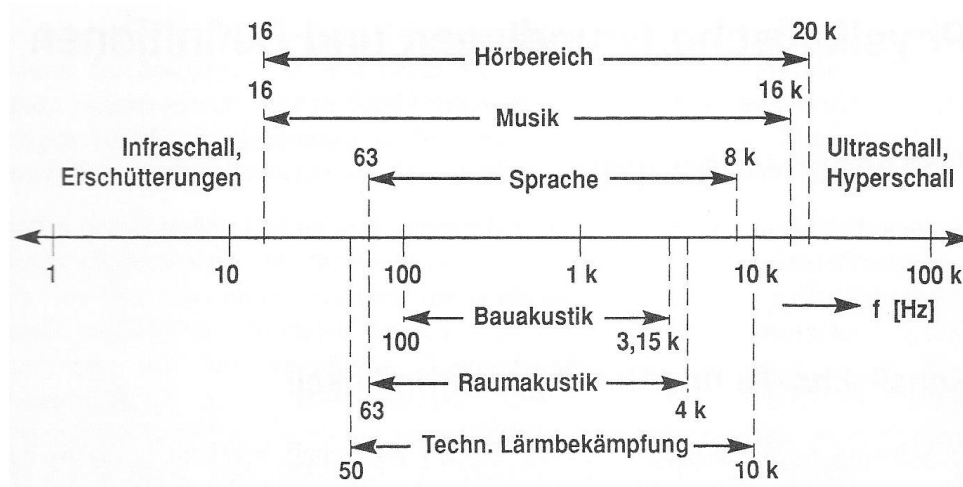


Abbildung 1: Frequenzbereiche der Akustik [Fasold, 1998]

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle wird Schallgeschwindigkeit c genannt.

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (1.1)$$

mit K Kompressionsmodul
 ρ Dichte

Nach Einsetzen der Zustandsgleichung für ideale Gase ergibt sich:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}} \quad (1.2)$$

mit κ Adiabatenexponent
 R Gaskonstante

T	absolute Temperatur
M	molare Masse

Werden die Werte für Luft eingesetzt:

$$c \approx 20,05 \sqrt{T} \quad (1.3)$$

Die Schallgeschwindigkeit in Luft hängt nach Gleichung (1.3) von der Temperatur ab.

Die Wellenlänge λ kann aus der Schallgeschwindigkeit c und der Frequenz f berechnet werden:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.4)$$

Mit der Wellenzahl k wird das Verhältnis zwischen Kreisfrequenz ω und der Schallgeschwindigkeit c bezeichnet.

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.5)$$

Schallfeldgrößen

Die Beschreibung des Schallfeldes erfolgt mittels der Schallfeldgrößen Schalldruck p , Schallschnelle v und Schallausschlag ξ . Die Schallschnelle beschreibt die Geschwindigkeit der Bewegung der Mediumteilchen um ihre Ruhelage. Die Auslenkung, die die Teilchen in einer Schallwelle erfahren, wird Schallausschlag genannt. Der Schalldruck $p(t)$ ist eine Wechselgröße und kann daher als Scheitelwert, als arithmetischer Mittelwert, als Effektivwert oder auch als Momentanwert dargestellt werden. Der Effektivwert \tilde{p} des Schalldruck-Zeitverlaufs wird wie folgt ausgedrückt:

$$\tilde{p}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt \quad (1.6)$$

mit T Integrationsdauer

Für harmonische Signale gilt:

$$\tilde{p} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}} \quad (1.7)$$

mit \hat{p} Spitzenwert des Schalldruckes

Pegelgrößen

Die menschliche Wahrnehmung ist nach dem *Weber-Fechner-Gesetz* proportional zum Logarithmus des Reizes. Daher werden meist nicht die physikalischen Größen selbst, sondern die aus ihnen gebildeten Pegel angegeben. [Müller, 2004]

$$\text{Schalldruckpegel} \quad L_p = 20 \lg \frac{\tilde{p}}{p_0} \quad dB \quad (1.8)$$

mit $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ Bezugsschalldruck

$$\text{Schnellepegel} \quad L_v = 20 \lg \frac{\tilde{v}}{v_0} \quad dB \quad (1.9)$$

mit $v_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$ Bezugsschnelle

$$\text{Schallleistungspegel} \quad L_w = 10 \lg \frac{P}{P_0} \quad dB \quad (1.10)$$

mit $P_0 = 10^{-12} \text{ W}$ Bezugsschallleistung

$$\text{Schallintensitätspegel} \quad L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad dB \quad (1.11)$$

mit $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ Bezugsschallintensität

Der Gesamtschalldruckpegel aus mehreren nicht kohärenten Komponenten berechnet sich aus:

$$L_{p,ges} = 10 \lg \left[\sum_{i=1}^n \frac{\tilde{p}_i^2}{p_0^2} \right] dB = 10 \lg \left[\sum_{i=1}^n 10^{(L_i/10dB)} \right] dB \quad (1.12)$$

mit \tilde{p}_i Effektivwert des Schalldruckes einer einzelnen Komponente i

Davon abgeleitet lässt sich der Mittelwert nicht kohärenter Komponenten dann wie folgt berechnen:

$$L_{p,m} = 10 \lg \left[\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n 10^{(L_i/10dB)} \right] dB \quad (1.13)$$

mit L_i Schalldruckpegel einer einzelnen Komponente i
 n der Anzahl der Komponenten

Schallintensität und Schalleistung

Die Schallintensität I gibt an welche Leistung P durch eine senkrecht zum Schnellevektor stehende Einheitsfläche geht. Strenggenommen ist I eine Funktion der Zeit. Für sinusförmige Größen kann der zeitliche Mittelwert wie folgt ausgedrückt werden [Fasold, 1984]:

$$I = \tilde{p} \tilde{v} \cos \varphi \quad (1.14)$$

mit \tilde{p} Effektivwert des Schalldruckes
 \tilde{v} Effektivwert der Schallschnelle
 φ Phasenwinkel zwischen \underline{p} und \underline{v}

Für eine Ebene Welle sind Druck und Schnelle in Phase, somit ist $\varphi = 0$. Damit ergibt sich für eine Ebene Welle:

$$I = \tilde{p} \tilde{v} \quad (1.15)$$

Mit der Definition für die Schallkennimpedanz Z_0 :

$$\frac{p}{v} = Z_0 = \rho_0 c_0 \quad (1.16)$$

kann Gleichung (1.15) umgeformt werden in:

$$I = \tilde{v}^2 Z_0 = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0} \quad (1.17)$$

Die abgestrahlte Schallenergie pro Zeiteinheit wird als Schallleistung P bezeichnet.

$$P = \int_S I dS \quad (1.18)$$

mit S Fläche, die die Schallquelle vollständig umschließt.

Diffuses Schallfeld

Der Schalleinfall an einem Aufpunkt in einem Raum setzt sich zusammen aus der Schallenergie folgender Schallwellen:

- direkte Schallwellen
- Schallwellen nach Reflexion an der Wand
- Schallwellen nach Mehrfachreflexionen und Streuvorgängen

Durch Vielfachreflexionen und Streuung werden die Schallstrahlen im Raum völlig durchmischt. Stehwellenmuster der Raumeigenschwingungen überlagern sich. Örtliche Energiemaxima und –minima im Raum werden ausgeglichen. Es entsteht ein sogenanntes diffuses Schallfeld. [Hübelt, Skript]

In einem idealen diffusen Schallfeld fällt der Schall an jedem Ort in einem Frequenzbereich Δf im zeitlichen Mittel aus allen Richtungen mit gleicher Intensität ein. Die Energiedichte ist dann an jedem Ort gleich groß. Ausnahmen bilden dabei Gebiete in Quellnähe und an den Wänden und Gegenständen eines Raumes. [Fasold, 1984]

Ein diffuses Schallfeld kann nur entstehen, wenn ein Frequenzgemisch vorhanden ist. Zusätzlich müssen viele Eigenfrequenzen angeregt werden. Je mehr Eigenmoden im Frequenzbereich Δf vorhanden sind, desto vollkommener ist das diffuse Schallfeld.

Anhand dieser Voraussetzungen lässt sich ableiten, dass es eine untere Grenzfrequenz f_{gr} eines Raumes geben muss. Oberhalb dieser Grenzfrequenz kann sich ein diffuses Schallfeld ausbilden. Sie ist wie folgt definiert. [Hübelt, Skript ; Cremer, 1978]:

$$f_{gr} \sqrt[3]{V} = 1000 \dots 700 \quad (1.19)$$

mit V Volumen des Raumes

Reflexion an einer schallharten Wand

Eine Schallwelle trifft auf eine Wand mit der spezifischen Wandimpedanz \underline{Z}_w und erzwingt an der Wand das Verhältnis:

$$\underline{Z}_w = \frac{p}{\underline{v}_\perp} \quad (1.20)$$

Der Reflexionsfaktor \underline{r} ergibt sich dann als:

$$\underline{r} = \frac{\underline{Z}_w - Z_0}{\underline{Z}_w + Z_0} \quad (1.21)$$

Für eine schallharte Wand wird $\underline{Z}_w = \infty$ damit wird $\underline{r} = 1$ wie an Gleichung (1.21) zu erkennen ist.

Das bedeutet für den Schalldruck vor der Wand, der sich aus hin- und rücklaufender Welle ergibt:

$$\underline{p} = \underline{p}_e \cdot e^{-jkx} + \underline{p}_r \cdot e^{jkx} = \underline{p}_e \cdot (e^{-jkx} + \underline{r} \cdot e^{jkx}) \quad (1.22)$$

Für $\underline{r} = 1$ ergibt sich aus Gleichung (1.22) für den Schalldruck vor einer schallharten Wand:

$$\underline{p} = 2 \underline{p}_e \cos kx \quad (1.23)$$

Definition des Schalldämm-Maßes

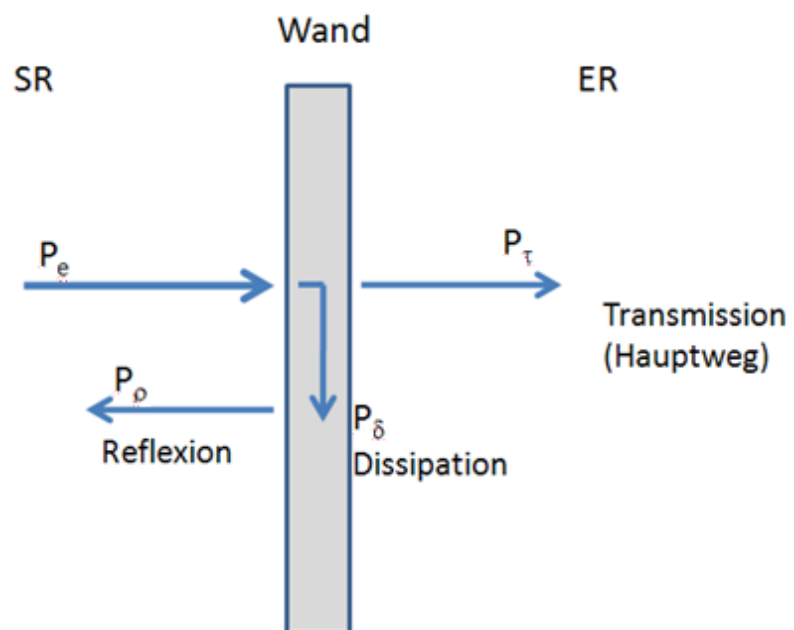


Abbildung 2: Prinzipdarstellung zu Absorption, Reflexion und Transmission bei Schalleinfall auf eine Wand, in Anlehnung an [Fasold, 1998]

$$P_e = P_\rho + P_\delta + P_\tau \quad (1.24)$$

mit P_e auftreffende Schallleistung
 P_ρ reflektierte Schallleistung
 P_δ dissipierte Schallleistung
 P_τ transmittierte Schallleistung

Anhand der Verhältnisse der auftretenden Leistungen an einer Wand bei einfallendem Schall können der Reflexionsgrad ρ , der Dissipationsgrad δ , der Transmissionsgrad τ und der Absorptionsgrad α definiert werden.

$$\rho = \frac{P_\rho}{P_e} \quad \delta = \frac{P_\delta}{P_e} \quad \tau = \frac{P_\tau}{P_e} \quad (1.25)$$

Somit kann für die Gleichung (1.24) auch geschrieben werden:

$$1 = \rho + \delta + \tau \quad (1.26)$$

mit $\alpha = \delta + \tau$ Absorptionsgrad

Das Schalldämm-Maß R ist dann wie folgt definiert:

$$R = 10 \lg \frac{1}{\tau} \text{ dB} = 10 \lg \frac{P_e}{P_\tau} \text{ dB} \quad (1.27)$$

akustische Eigenschaften einer Wand

Das Schalldämm-Maß kann auch mit Hilfe der Trennimpedanz Z_T dargestellt werden [Schirmer, 2006]:

$$R = 20 \lg \left| 1 + \frac{Z_T}{2 \rho_0 c_0} \cos \delta \right| \text{ dB} \quad (1.28)$$

mit $Z_T = \frac{p_1 - p_2}{v_w}$ Trennimpedanz der Wand

δ Schalleinfallswinkel bezogen auf die Flächennormale zur Wand

Durch Luftschallanregung einer ebenen Wand mit dem Schalldruck \underline{p}_1 wird diese zum Schwingen angeregt. Auf der Wand wird die Schnelle \underline{v}_w erzwungen. Auf der der Anregung abgewandten Seite herrscht dann der Schalldruck \underline{p}_2 . Die Druckdifferenz über die Wand bezogen auf die erzwungen Schnelle wird als Trennimpedanz bezeichnet. Diese kann auch wie folgt beschrieben werden:

$$Z_T = \frac{B'(k^4 \sin^4 \delta - k_B^4)}{j\omega} \quad (1.29)$$

mit B' Biegesteifigkeit

$$k_B = \sqrt{\omega^4 \sqrt{\frac{m''}{B'}}} \text{ Biegewellenzahl}$$

Das Schalldämm-Maß ist demzufolge von der Biegesteifigkeit B' , der flächenbezogenen Masse m'' , dem Schalleinfallswinkel δ und von der Frequenz f abhängig.

$$B' = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (1.30)$$

mit E Elastizitätsmodul
 h Plattendicke, Wanddicke
 μ Poissonsche Querkontraktionszahl

$$m'' = \rho \cdot h \quad (1.31)$$

mit h Plattendicke, Wanddicke
 ρ Dichte der Platte, Wand

Eine weitere Größe, die durch die Eigenschaften einer Wand beschrieben wird, ist die Longitudinalwellengeschwindigkeit c_L .

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}} \quad m/s \quad (1.32)$$

Mit	E	Elastizitätsmodul
	μ	Poissonsche Querkontraktionszahl
	ρ	Dichte der Platte, Wand

Wellenarten

Bei der Schallausbreitung in Gasen treten auf Grund der geringen Zähigkeit nur Longitudinalwellen auf. Das heißt die Teilchen schwingen in Ausbreitungsrichtung.

In Festkörpern können Longitudinal-, Transversal-, Dehn-, Biege-, Rayleigh- und Torsionswellen auftreten. Bei BiegeWellen werden die im Ruhezustand parallel verlaufenden Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung verschoben und zueinander geneigt. Somit treten bei BiegeWellen die größten Auslenkungen der Oberfläche auf. Daher neigt die BiegeWelle am ehesten zur Schallabstrahlung.

Die BiegeWellengeschwindigkeit c_B und die BiegeWellenlänge λ_B können wie folgt berechnet werden:

$$c_B = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot m'' \cdot (1-\mu^2)}} = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{E \cdot h^2}{12 \cdot \rho \cdot (1-\mu^2)}} \quad (1.33)$$

mit $\omega = 2\pi f$

B'	Biegesteifigkeit
m''	flächenbezogene Masse
E	Elastizitätsmodul
h	Plattendicke, Wanddicke
μ	Poissonsche Querkontraktionszahl
ρ	Dichte der Platte, Wand

$$\lambda_B = \frac{c_B}{f} = \sqrt{\frac{2\pi}{f}} \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} = \sqrt{\frac{2\pi}{f}} \sqrt[4]{\frac{E \cdot h^2}{12 \cdot \rho \cdot (1 - \mu^2)}} \quad (1.34)$$

Der interne Verlustfaktor kennzeichnet den Anteil der Schallenergie, der bei der Ausbreitung von Biegewellen in Wärme umgewandelt wird.

Koinzidenzeffekt

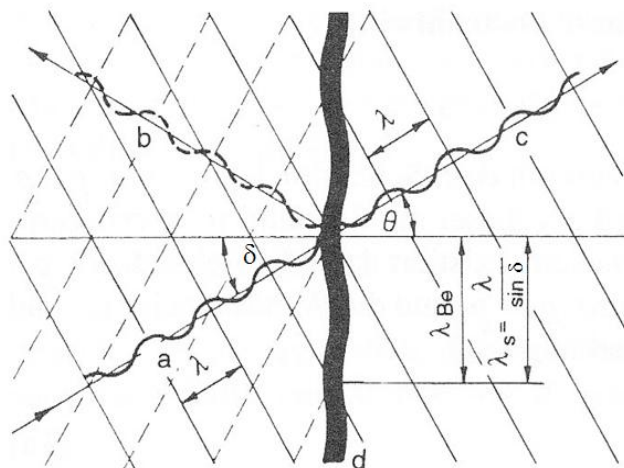


Abbildung 3: Anregung einer erzwungenen Biegewelle auf einer Wand in Anlehnung an [Schirmer, 2006]
a) einfallende Schallwelle b) reflektierte Schallwelle c) durchgelassene Schallwelle
d) schwingende Wand

Die Spurwelle einer ebenen Luftschallwelle, die unter dem Schalleinfallswinkel δ auf eine Wand trifft, bewirkt eine Anregung mit gleicher Frequenz, Phase und Kraft. Dadurch wird die Ausbildung einer Biegewelle, die sogenannte erzwungene Biegewelle mit der Wellenlänge λ_{Be} , erzwungen,

$$\lambda_{Be} = \lambda_S = \frac{\lambda}{\sin \delta} \quad (1.35)$$

mit λ_S Spurwellenlänge der einfallenden Schallwelle
 λ Wellenlänge der einfallenden Schallwelle
 δ Schalleinfallswinkel

Erzwungene Biegewellen entstehen nur bei schrägem Schalleinfall und zwar bei flächenhafter und stationärer Anregung.

Bei Wänden mit endlichen Abmessungen werden die erzwungenen Biegewellen an den Plattenrändern reflektiert. Es kommt zu Überlagerungen mit den freien Biegewellen, die durch die Reflexionen entstehen. Deren Wellenlänge unterscheidet sich von der Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle wie Gleichung (1.34) zeigt.

Wenn die Anregung der Wand so erfolgt, dass

$$\lambda_{Be} = \lambda_S = \lambda_B \quad (1.36)$$

mit λ_{Be} Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle
 λ_B Wellenlänge der freien Biegewelle
 λ_S Spurwellenlänge der einfallenden Schallwelle

dann ergeben sich resonanzartige Erhöhungen der Wandschwingungen. Das hat einen Einbruch der Schalldämmung zur Folge. Dieser Effekt tritt bei der Koinzidenzfrequenz auf.

Die tiefste Frequenz, bei der der Koinzidenzeffekt eintritt, wird Koinzidenzgrenzfrequenz f_c genannt. Dies ist bei einem Schalleinfallswinkel $\delta = 90^\circ$, streifender Schalleinfall, gegeben. Anhand Gleichung (1.28) ist zu erkennen, dass in diesem Fall das Schalldämm-Maß minimal wird.

Die Koinzidenzgrenzfrequenz kann wie folgt berechnet werden:

$$f_c = \frac{c_0^2}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{m''}{B'}} \quad (1.37)$$

mit	c_0	Schallgeschwindigkeit in Luft
	B'	Biegesteifigkeit
	m''	flächenbezogene Masse

Für den Schalleinfallswinkel $\delta = 0^\circ$, senkrechter Schalleinfall, wird keine Biegewelle angeregt. Anhand Gleichung (1.28) wird ersichtlich, dass das Schalldämm-Maß dann maximal wird.

Bei diffusem Schalleinfall treffen die Schallwellen aus allen möglichen Winkeln zwischen 0° bis 90° auf die Wand. Somit erfolgt der Schalldämmungseinbruch über einen breiteren Frequenzbereich oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz.

Abstrahlung von Luftschall

Eine durch Luftschall zu Schwingungen angeregte Platte kann wiederum Luftschall abstrahlen.

Ist die Biegewellenlänge kleiner als die Luftschallwellenlänge $\lambda_B < \lambda_L$, bildet sich ein Schallfeld nahe der Platte aus, aber es erfolgt keine Schallabstrahlung. Die Luftmoleküle in Plattennähe werden von der schwindenden Platte nur von einem „Wellenberg“ in das benachbarte „Wellental“ verschoben. Diesen Effekt nennt man *akustischen Kurzschluss*. Ist hingegen $\lambda_B = \lambda_L$ wird der Schall plattenparallel zur Wand abgestrahlt. Wird $\lambda_B > \lambda_L$ erfolgt die Abstrahlung im Winkel θ (Vergleich Abbildung 3) wie Gleichung (1.38) zeigt.

$$\frac{k_B}{k} = \sin \theta \quad (1.38)$$

Schalldämm-Maß einer einschaligen Wand

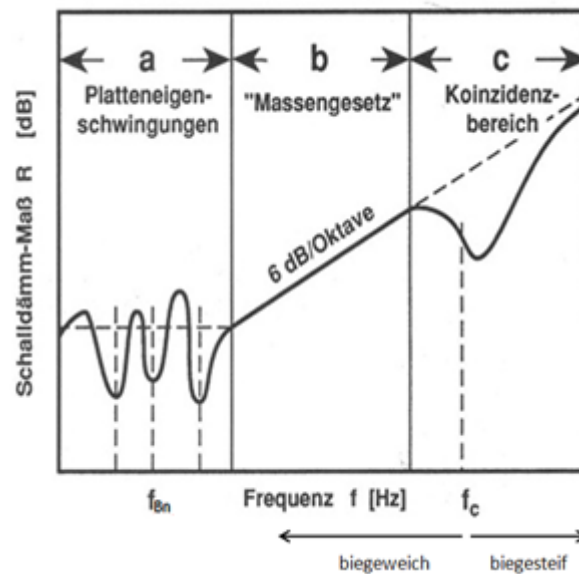


Abbildung 4: schematischer Verlauf des Schalldämm-Maßes einer einschaligen Wand in Anlehnung an [Fasold, 1998]

Die Abbildung 4 zeigt schematisch wie sich das Schalldämm-Maß einer einschaligen Wand zur Frequenz verhält. Deutlich sind dabei die Einbrüche des Schalldämm-Maßes bei den Platteneigenfrequenzen f_{Bn} und im Bereich der Koinzidenzgrenzfrequenz f_c zu sehen.

Messung des Schalldämm-Maßes

Das Schalldämm-Maß R einer Wand kann mittels Messung der Schalldruckpegel in den an die Wand anschließenden Räumen nach [DIN EN ISO 10140-2] bestimmt werden.

$$R = L_{p1} - L_{p2} + 10 \lg \frac{S}{A} \quad \text{dB} \quad (1.39)$$

mit	L_{p1}	gemittelter Schalldruckpegel im Senderaum
	L_{p2}	gemittelter Schalldruckpegel im Empfangsraum
	A	äquivalente Absorptionsfläche
	S	Wandfläche

Dazu wird im Senderraum eine Schallquelle positioniert, die die zu untersuchende Wand mittels Luftschall zu Schwingungen anregt. Im Empfangsraum wird der von der Wand abgestrahlte Luftschall gemessen.

Die äquivalente Absorptionsfläche A stellt eine Modellfläche dar, deren Schallabsorptionsgrad $\alpha = 1$ ist. Sie kann über die Nachhallzeit T und das Volumen V des Raumes nach *Sabine* bestimmt werden. [Fasold, 1998]

$$T = 0,163 \frac{V}{A} \quad (1.40)$$

Eine weitere Möglichkeit der messtechnischen Bestimmung des Schalldämm-Maßes kann nach [DIN EN ISO 15186-2] erfolgen. Dabei wird die abgestrahlte Intensität der Wand für die Ermittlung des Intensitäts-Schalldämm-Maß R_I gemessen.

$$R_I = L_{p1} - 6 - \left[L_m + 10 \cdot \lg \left(\frac{S_m}{S} \right) \right] \text{ dB} \quad (1.41)$$

mit	L_{p1}	gemittelter Schalldruckpegel im Senderraum
	L_m	mittlerer Schallintensitätspegel über die Messfläche
	S_m	Gesamtflächeninhalt der Messfläche(n)
	S	Fläche des zu prüfenden Objektes

Bau-Schalldämm-Maß

$$R' = 10 \lg \frac{1}{\tau'} \quad \text{dB} \quad (1.42)$$

Bei der Bestimmung des Bau-Schalldämm-Maßes R' sind die Luftschallübertragungswege über die flankierenden Bauteile mit zu berücksichtigen.

Abbildung 5 zeigt den Hauptweg und die Nebenwege bei der Luftschallübertragung zwischen benachbarten Räumen.

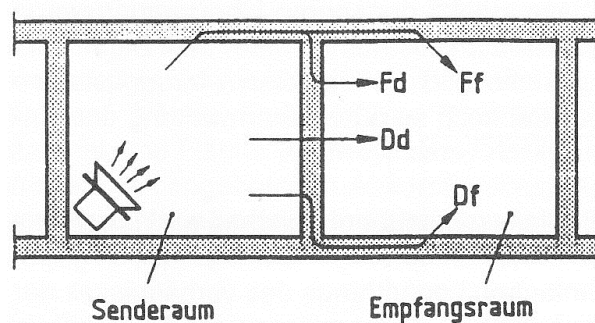


Abbildung 5: Schallübertragungswege zwischen zwei aneinandergrenzenden Räumen [Veit, 1998]

Der Weg Dd kennzeichnet den Hauptweg. Die Wege Fd, Ff und Df stellen die Nebenwege über die Flanken dar.

Der Gesamtverlustfaktor setzt sich aus inneren und äußeren Verlustfaktor zusammen. Der äußere Verlustfaktor kennzeichnet die Energieableitung an den Bauteilverbindungsstellen.

2 Einführung in die Finite-Elemente-Methode und Untersuchungen zur Vernetzung

2.1 Die Finite-Elemente-Methode

Die Finite Elemente Methode (FEM) gehört zu den Numerischen Werkzeugen. Das bedeutet analytische Ausdrücke und Zusammenhänge werden in algebraische überführt. Ausgangspunkt der FEM bildet das Prinzip der Energievariation, auch *Hamiltonsches Prinzip* genannt. Das dabei zu minimierende Integral ist die Lagrange-Funktion L . Für rein sinusförmige Vorgänge und wenn die zeitliche Mittelung schon erfolgt ist, gilt (Vgl. [Heckl, 1994, S. 51]):

$$L = \int_V (E_{Kin} - E_{Pot}) dV \quad (2.1)$$

mit E_{Kin} kinetische Energie pro Volumenelement

E_{Pot} potentielle Energie pro Volumenelement

Im nächsten Schritt wird die Einteilung des Gebietes V in N Teilgebiete V_n , die finiten Elemente, vorgenommen. Dieser Schritt wird als Triangulation bezeichnet. Die Elemente dürfen sich dabei nicht überdecken. Für jedes Element werden ausgezeichnete Punkte, die Knoten, definiert. Die Eckpunkte eines jeden Elementes gehören stets zu den Knoten. Somit ergibt sich das diskretisierte Funktional:

$$L = \sum_{n=1}^N \int_{V_n} (E_{n,Kin} - E_{n,Pot}) dV \quad (2.2)$$

Unter Diskretisierung versteht man die Umformung von kontinuierlichen Gleichungen in ein nur an diskreten Punkten geltendes numerisches Modell. [Kollmann, 2000, S. 205]

Für jeden Knoten wird eine Formfunktion eingeführt. Die Feldgrößen im Teilelement, dem finiten Element, können dann wie folgt beschrieben werden:

$$p^{(n)}(x_i) = \sum_{k=1}^K p_k^{(n)} N_k^{(n)}(x_i) \quad (2.3)$$

oder

$$\xi_i^{(n)} = \sum_{k=1}^K \xi_{ik}^{(n)} N_{ik}^{(n)}(x_i) \quad (2.4)$$

mit $p_k^{(n)}, \xi_{ik}^{(n)}$ Knotenwerte
 N_k, N_{ik} Formfaktoren

Sofern der Schalldruck (im Modul Druck-Akustik) als Feldgröße genutzt wird, ist die Gleichung (2.3) anzuwenden, werden jedoch die Verschiebungen (im Modul Festkörper) als Feldgrößen genutzt, ist die Gleichung (2.4) einzusetzen. Mit den Formfaktoren wird das Feld in einem Element beschrieben. Die Knotenwerte sind vorläufig unbekannt und werden auch als Freiheitsgrade bezeichnet. Damit an den Grenzen der Elemente keine Unstetigkeiten auftreten, besitzen die Formfunktionen folgende Eigenschaften:

$$N_j^{(n)}(x_{1k}^{(n)}, x_{2k}^{(n)}, x_{3k}^{(n)}) = \begin{cases} 1 & \text{falls } j = k \\ 0 & \text{falls } j \neq k \end{cases} \quad (2.5)$$

Die Gleichung (2.3) bzw. die Gleichung (2.4) ist in die Gleichung (2.2) einzusetzen und über die Teilgebiete zu integrieren.

Anschließend ist für jeden Knoten das Minimum zu bestimmen. Das auf diesem Weg erhaltene lineare Gleichungssystem wird in eine Matrixform übertragen. [Kollmann, 2000 ; Sarradj ; Heckl, 1994 ; Müller, 2004]

2.2 Kurze Einführung in Comsol 3.5a

Das verwendete FE-Programm Comsol Multiphysics ist modular aufgebaut. Für die in den folgenden Kapiteln beschriebenen Untersuchungen wurde das Acoustics Modul angewendet. Von besonderem Interesse waren dabei im Modus *Festkörper*, *Spannung-Dehnung* die Eigenfrequenzanalyse bzw. Frequenzantwortanalyse und im Modus *Druck-Akustik* die zeitharmonische Analyse bzw. die Eigenfrequenzanalyse.

Nachdem Raumdimension, der Elementtyp und der Analysetyp eingestellt wurden, kann die gewünschte Geometrie erstellt werden. Im Anschluss müssen die Bedingungen an das Gebiet, die Ränder und die Kanten definiert werden. Diese Bedingungen werden auf die Knoten des Modells übertragen. Die Lage der Knoten wird über das Netz bestimmt. Nähere Erläuterungen werden in den folgenden Abschnitten gegeben. Bevor die Ergebnisse mittel *Postprocessing* dargestellt werden können, erfolgt das Einstellen der *Löserparameter*. Der direkte Löser löst das Gleichungssystem mittels Gauß'scher Eliminierung. Die direkten Löser benötigen zwar mehr Speicherplatz laufen aber dafür im Vergleich zu den iterativen stabiler. Vorzugsweise wird der lineare Gleichungslöser *Direkt (PARDISO)* gewählt. Mit dem parametrischen Löser kann ein Frequenzbereich berechnet werden. Dabei wird für diskrete Frequenzen die Lösung ermittelt. Anfangs- und Endwert, sowie Schrittweite werden vom Anwender vorgegeben.

2.3 Vernetzung

Ziel der folgenden Untersuchung ist die Bestimmung der Frequenz, für die die geringste Rechenzeit erwartet wird. Zu diesem Zweck werden die Zusammenhänge zwischen Volumen und Elementanzahl des Netzes bzw. Elementgröße und Elementanzahl untersucht. Die Anforderungen an die Elementgröße werden dabei berücksichtigt.

2.3.1 Anforderungen an die Vernetzung

In mehreren Quellen [Marburg, 2008 ; Müller, 2004 ; Kollmann, 2006] ist als allgemeine Faustregel beschrieben, dass die Elementgröße EG von der zu betrachteten Wellenlänge λ abhängig ist. Weiterhin wird die Anzahl der Elemente EZ pro Wellenlänge zwischen 6 und 10 festgelegt. In [Kollmann, 2006] steht beschrieben, dass pro halbe Biegewellenlänge 3 bzw. 5 Elementknoten vorliegen müssen.

2.3.2 Umsetzung in Comsol 3.5a

Laut [Multiphysics RG, 2010] ist das Lagrange-Element der am häufigsten angewendete Elementtyp. Der Unterschied zwischen quadratischen Lagrange-Elementen gegenüber linearen Lagrange-Elementen ist in [Schubert, 2009] dargestellt. Quadratische Lagrange-Elemente besitzen nicht nur Knoten an den Eckpunkten des Elementes, sondern zusätzlich in der Mitte der Kanten. Das bedeutet wenn die Elementgröße auf ein Sechstel der Wellenlänge festgelegt ist, sind 12 Knoten pro Wellenlänge gegeben. Somit ist die Anforderung nach [Kollmann, 2006] erfüllt.

Der *Free Mesher* erstellt ein unsymmetrisches Netz und ist für alle Geometrien geeignet.

Das Netz kann mit Hilfe folgender Netzgrößen angepasst werden. Die maximale Elementgröße spezifiziert die größte erlaubte Elementgröße. Wenn kein konkreter Wert eingegeben wird, wird diese Größe programmintern auf ein Zehntel der größten Geometrieabmessung festgelegt. Abbildung 6 stellt einen quaderförmigen Raum dar, der mit quadratischen Lagrange-Elementen mit einer maximalen Elementgröße von 1 m vernetzt wurde. Die Anordnung der Elemente wird von Comsol 3.5a festgelegt.

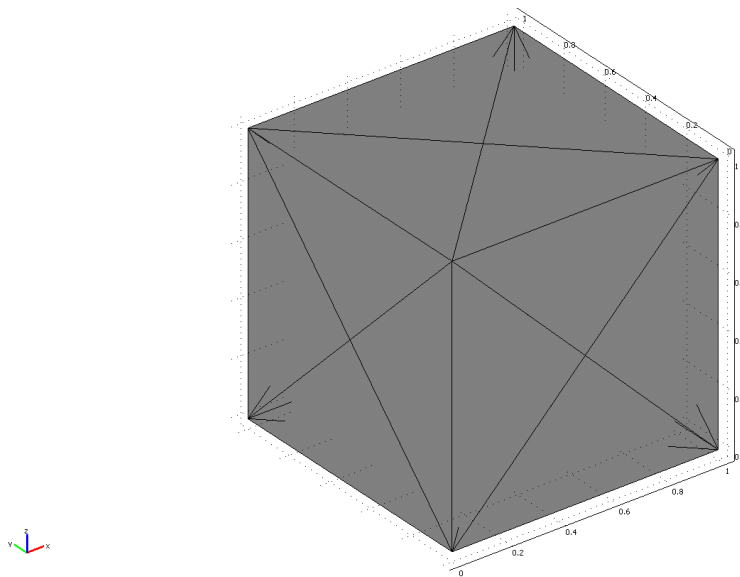


Abbildung 6: ein vernetzter Würfel $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ mit einer maximalen Elementgröße von 1 m

Da aber die von Comsol ermittelte maximale Elementgröße nicht wellenlängenabhängig ist, muss diese Größe vom Anwender für akustische Betrachtungen selbst definiert werden. Die Elementvergrößerungsrate gibt die maximale Rate an, mit der die Elementgröße von einer Region mit kleinen Elementen zu einer Region mit großen Elementen wächst. Alle Parameter die das Netz definieren, haben Einfluss auf die Elementanzahl und somit auf die Rechenzeit. [Multiphysics UG, 2008]

2.4 Zusammenhänge zwischen Volumen – Elementgröße und Anzahl der Elemente

Mit Comsol Multiphysics Version 3.5a wurden Rechteckräume verschiedener Größe erstellt. Das Netz für diese Gebiete besteht aus quadratischen Lagrange-Elementen. Für die Netzparameter wurde die Voreinstellung *Normal* verwendet. Lediglich die maximale Elementgröße wurde variiert. Anschließend wurde die Anzahl der Elemente ermittelt. Denn die Anzahl der Freiheitsgrade, welche annähernd proportional zur Anzahl der Elemente ist, ist ausschlaggebend für die Rechenzeit.

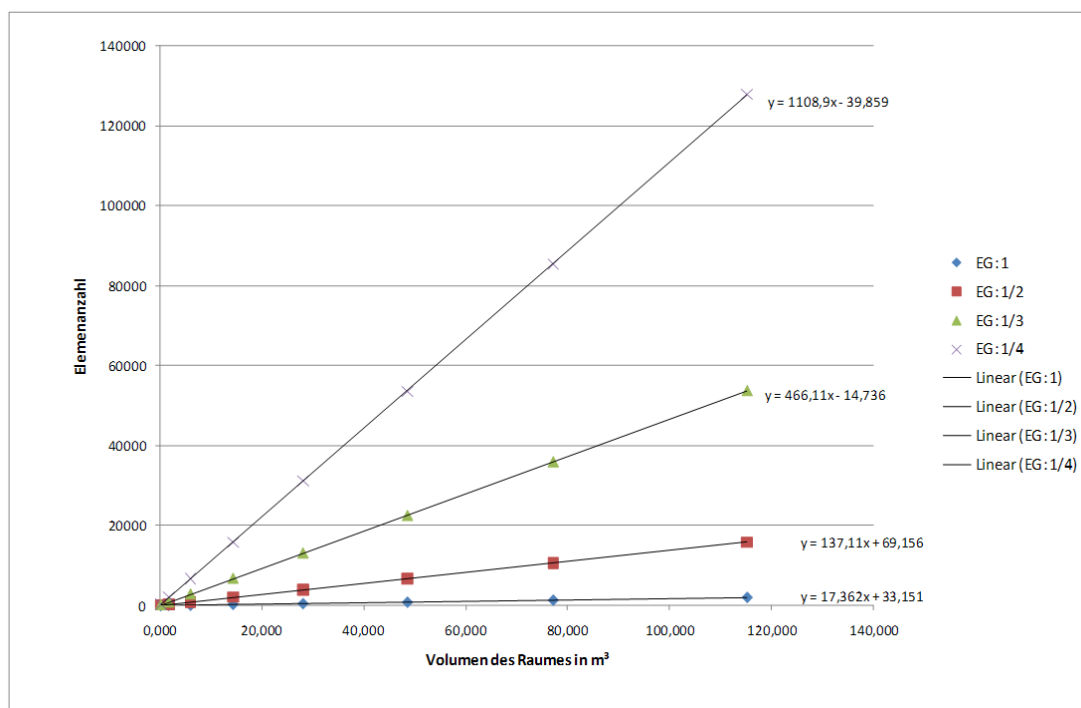


Abbildung 7: Elementanzahl bei veränderlichem Volumen des Raumes bei konstanter Elementgröße

Stellvertretend für viele untersuchte maximale Elementgrößen sind in Abbildung 7 vier Ausgewählte dargestellt. Es ist zu erkennen, dass mit zunehmendem Raumvolumen die Anzahl der Elemente linear ansteigt. Dabei muss die Elementgröße aber konstant gehalten werden.

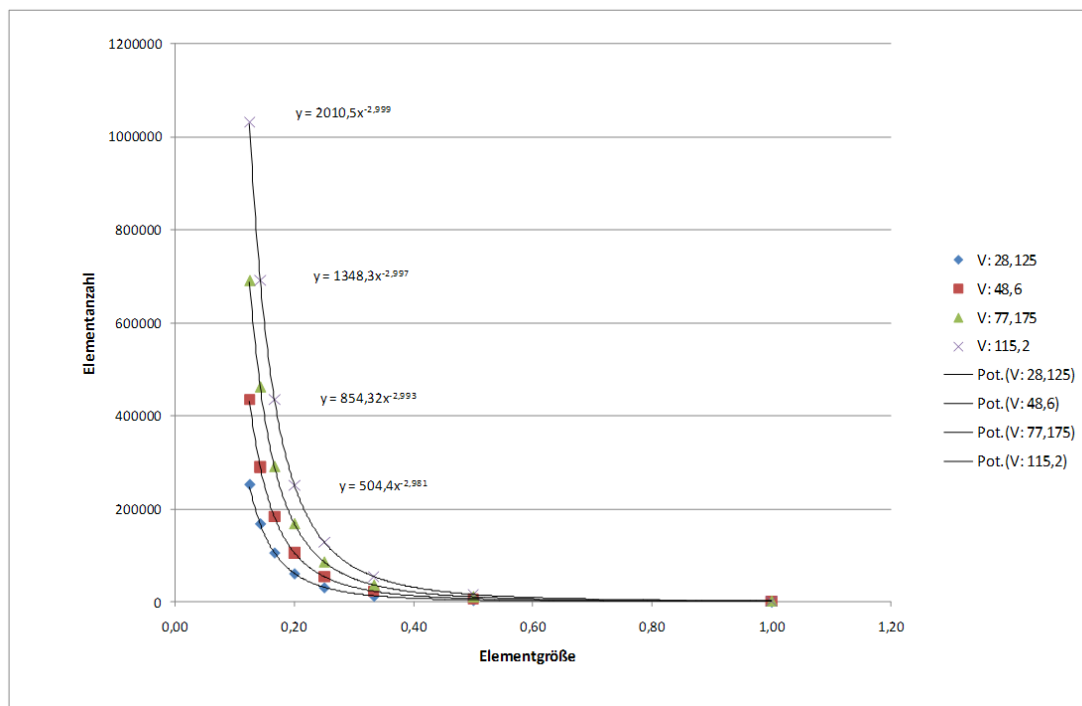


Abbildung 8: Elementanzahl bei veränderlicher Elementgröße bei konstantem Raumvolumen

Aus Abbildung 8 wird ersichtlich, dass mit wachsender Elementgröße die Elementanzahl mit der Potenz -3 abnimmt.

Damit lässt sich folgende Überlegung anstellen:

Das Raumvolumen V_1 und die Frequenz f_1 und damit die maximale Elementgröße EG_1 seien gegeben. Daraus ergibt sich eine Anzahl an Elementen $EZ(V_1, f_1, EG_1)$. Wird die Frequenz verdoppelt, erhält man die Frequenz f_2 . Da die Wellenlänge nach Gleichung (1.4) umgekehrt proportional zur Frequenz ist, muss die zu f_2 gehörende maximale Elementgröße EG_2 halbiert werden. Der in der Anforderung in Abschnitt 2.3.1 formulierte Faktor 6 bleibt konstant. Wie sich aus Abbildung 8 ablesen lässt, steigt die Anzahl der Elemente $EZ(V_1, f_2, EG_2)$ bei konstant gehaltenem Volumen aber halbiert Elementgröße um den Faktor 2^3 . Nach Gleichung (1.19) kann das Raumvolumen V_2 jedoch um den Faktor 2^3 verringert werden, damit der Raum für die doppelte Frequenz diffus ist. Da sich aus der Abbildung 7 ergeben hat, dass sich die Elementanzahl bei konstant gehaltener Elementgröße linear zum Volumen verhält, sinkt die Elementanzahl $EZ(V_2, f_2, EG_2)$ bei verringertem Volumen. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass es aus Sicht der Elementanzahl gleich ist, welche Frequenz betrachtet wird, solange die Diffusfeldbedingung und die Anforderung an die Vernetzung erfüllt werden.

Um dies zu bestätigen werden auszugsweise für Terzmittenfrequenzen f_m , die dazugehörige maximalen Elementgröße EG wie in Abschnitt 2.3.1 gefordert, das minimale Volumen V_{\min} , welches für diese Frequenz als diffus gilt und die dazu ermittelte Elementanzahl EZ tabellarisch dargestellt.

Tabelle 1: Elementgröße, minimales Volumen für diffusen Raum und Elementanzahl zu den Terzmittenfrequenzen

f_m in Hz	EG = $\lambda/6$	V_{\min} für Faktor 700 in m ³	EZ
100	0,572	343,00	32041
200	0,286	42,88	33741
1000	0,057	0,34	33578
2000	0,029	0,04	33502

Im Anhang sind die maximalen Elementgrößen und das minimale Volumen für einen diffusen Raum für alle im Baufrequenzbereich (Vgl. Abbildung 1: Bauakustik 100 Hz bis 3150 Hz) interessierenden Terzmittenfrequenzen aufgelistet.

3 Schallfeld einer Kugelquelle

Eine Betonwand ist für grundlegende Untersuchungen mittels FEM geeignet, weil sie eine homogene Struktur besitzt und als relativ schallhart angesehen werden kann. Aus diesem Grund werden die nachfolgenden Untersuchungen für eine 20 cm dicke Stahlbetonwand durchgeführt. Für den späteren Vergleich wird versucht das Simulationsmodell den Messgegebenheiten in [Jerusel, 2009] anzupassen.

Wie in Kapitel 2 festgestellt wurde, ist es gleich für welche Frequenz die Untersuchungen getätigt werden, solange die Gleichung (1.19) erfüllt ist. Da der Sende- und Empfangsraum mit den Abmessungen (2,86 m x 6,0 m x 2,75 m) bei der Messung gleich groß waren und die Raumgröße nach Gleichung (1.19) für 193,7 Hz diffus ist, werden die Untersuchungen zur Kugelquelle und folgend für das Nachbilden eines diffusen Raumes für die Terzmittenfrequenz von 200 Hz durchgeführt.

In den folgenden Abschnitten soll das Abstrahlverhalten der Kugelquelle ins Freifeld untersucht werden. Nach erhaltenen Erkenntnissen zur Intensitätsbestimmung wird mit dieser die Schallleistung der Quelle berechnet.

3.1 Fernfeld eines Kugelstrahlers

Die vom Kugelstrahler ausgesendeten Kugelwellen können in ausreichender Entfernung, dem sogenannten Fernfeld, als Ebene Wellen betrachtet werden. Für die Bedingung $r \gg \lambda$ mit r dem Abstand von der Quelle wird das Verhältnis aus Druck und Schnelle einer Kugelwelle 0. Ordnung reell und gleich der Schallkennimpedanz. Dies entspricht der Schallkennimpedanz in der Ebenen Welle. [Fasold, 1984]

Die Entfernung ab der von einem Fernfeld gesprochen werden kann wurde für verschiedene Faktoren und die Terzmittenfrequenz 200 Hz berechnet:

Tabelle 2: Entfernungen für das Fernfeld eines Kugelstrahlers

f_m in Hz	$k \cdot R = 1$	$k \cdot R = 10$	$k \cdot R = 20$
200	0,27	2,73	5,46

3.2 Darstellen von Freifeldbedingungen

Die Abstrahlung vom Rand der Kugelquelle wird durch die in deren Umfeld geltende Wellengleichung beschrieben:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Delta \Phi \quad (3.1)$$

Wenn das Potenzial Φ bekannt ist, kann nach

$$v = -\text{grad } \Phi \quad (3.2)$$

das Geschwindigkeitsfeld und nach

$$\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = p \quad (3.3)$$

der Schalldruck bestimmt werden.

Für eine stationäre Lösung besitzen Anfangsbedingungen keine Bedeutung, da diese nur für den transienten Anteil relevant sind.

Das Abstrahlproblem ist vollständig beschrieben mit:

$$1) \text{ Helmholtz-Gleichung} \quad \Delta \hat{\Phi} + k^2 \hat{\Phi} = 0 \quad (3.4)$$

$$2) \text{ Randbedingung} \quad \text{grad } \hat{\Phi} \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial n} = -\hat{v}_n(x) \quad (3.5)$$

mit \mathbf{n} Normaleneinheitsvektor auf dem Rand der Quelle

$$3) \text{ Sommerfeld-Bedingung} \quad \lim_{r \rightarrow \infty} r^{(d-1)/2} \left(ik\Phi - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.6)$$

Die Helmholtz-Gleichung (3.4) entsteht für zeitlich periodische Lösungen und nach Abspalten des Zeitanteils aus Gleichung (3.1).

Die Randbedingung (3.5) sagt aus, dass die Abstrahlung von Luftschallwellen durch die auf dem Rand der Kugelquelle vorgeschriebene Geschwindigkeit in Normalenrichtung verursacht wird.

Die Sommerfeld-Bedingung Gleichung (3.6) muss erfüllt werden, da aus dem Unendlichen keine Wellen reflektiert werden dürfen. [Kollmann, 2000]

3.2.1 Nicht-reflektierende Ränder in Comsol 3.5a

Das in [Kollman, 2000, S. 244] formulierte FEM-Gleichungssystem für das äußere Abstrahlproblem lautet:

$$(\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M}) \hat{\Phi} = \mathbf{F} \quad (3.7)$$

Mit $K_{ab}^{(j)} := \int_{\Omega(j)} \text{grad } N_a^{(j)} \cdot \text{grad } N_b^{(j)} dV$ Steifigkeitsmatrix

$M_{ab}^{(j)} := \int_{\Omega(j)} N_a^{(j)} N_b^{(j)} dV$ Massenmatrix

$F_a^{(j)} := - \int_{\partial B_v(j)} N_a^{(j)} \hat{\nu}_n dS - \int_{\Gamma(j)} N_a^{(j)} \hat{\nu}_n dS$ Kraftvektor

Die durch Gleichung (3.7), der Steifigkeitsmatrix und des Kraftvektors definierten finiten Elemente werden als akustische finite Elemente bezeichnet. Diese sind für das äußere Abstrahlproblem nicht geeignet, weil die *Sommerfeld-Bedingung* nicht erfüllt wird. [Kollmann, 2000]

Damit dennoch äußere Abstrahlprobleme mittels FEM lösbar sind, können in Comsol 3.5a Rand- bzw. Gebietsbedingungen gewählt werden, die nicht-reflektierende Ränder in einem Gebiet implementieren. Dafür gibt es in dem Acoustics Module zwei Möglichkeiten. Zum einen können dazu die Randbedingungen *matched boundary condition* (übersetzt: Angepasster Rand) und *radiation boundary conditions RBC* (übersetzt: Strahlungsbedingung) verwendet werden. Zum Anderen kann die Gebietsbedingung *Perfectly Matched Layer PML* eingesetzt werden. Für die PML muss ein zusätzliches Gebiet erstellt werden, welches die einfallende Strahlung absorbiert. Eine RBC kann genutzt werden, wenn die abgestrahlte Strahlung als einfache Wellenform, wie Ebene Welle, Zylinderwelle oder Kugelwelle beschrieben werden kann. [Acoustics UG, 2007]

3.2.2 Vergleich mit schallharten Rändern

Dem Rand einer Kugelquelle mit dem Radius von 1 cm wurde ein Druck von 100 Pa vorgegeben. Der vom Anwender eingegebene Wert für die Druckquelle ist der Spitzenwert des Schalldruckes.

Für die Strahlungsbedingung als nicht-reflektierender Rand wurde um diese Quelle eine weitere Kugel mit dem Radius von 5,5 m gelegt. Der Radius wurde so gewählt, dass sich die Kugeloberfläche im Fernfeld der Quelle befindet. Dem Rand dieser großen Kugel wurde eine Strahlungsbedingung mit dem Wellentyp Kugelwelle zugewiesen, um Freifeldbedingungen zu erzeugen. Dem Gebiet zwischen Rand der Quelle und dem Rand der äußeren Kugel wurden die Parameter Dichte und Schallgeschwindigkeit von Luft zugeordnet. Diese sind in Comsol 3.5a wie folgt voreingestellt:

$$\rho_0 = 1,25 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$c_0 = c_s = 343 \text{ m} / \text{s}$$

Die Bezeichnung c_s ist eine programminterne Festlegung für die Schallgeschwindigkeit im Fluid.

Damit die verschiedenen nicht-reflektierenden Ränder miteinander verglichen werden können wurde um die Quelle, in verschiedenen Modellen, in einem Abstand von 5,5 m eine 0,5 m dicke PML bzw. in einem Abstand von 3,5 m eine 2 m dicke PML gelegt.

Zu Vergleichszwecken wurde der großen Kugel auch einmal ein schallharter Rand zugeordnet.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Schalldruckpegelverteilung für die verschiedenen Ränder.

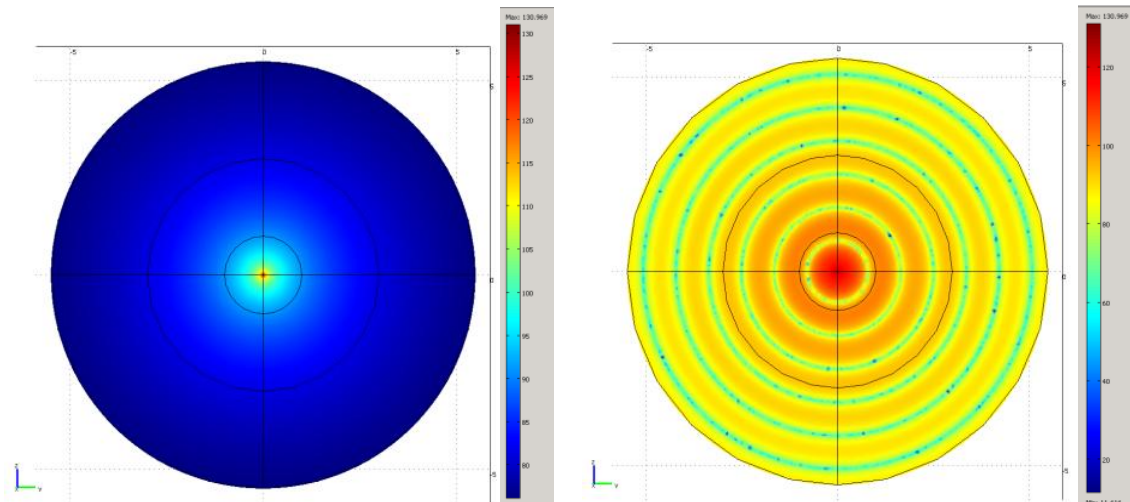


Abbildung 9: links: Kugelquelle mit Strahlungsbedingung im Schnitt in y-z-Ebene
 Legende: 76,169 bis 130,969 dB
 rechts: Kugelquelle mit schallharten Rändern im Schnitt in y-z-Ebene
 Legende: 11,616 bis 130,969 dB

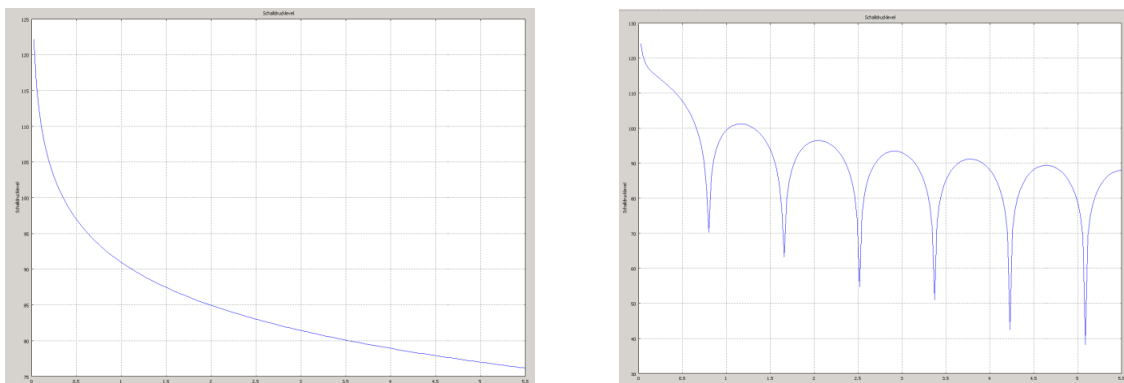


Abbildung 10: links: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für Strahlungsbedingung mit linearer x-Achse
 rechts: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für schallharte Ränder mit linearer x-Achse

Anhand der Abbildungen 9 und 10 ist zu erkennen, dass es an den schallharten Rändern zu Reflexionen kommt. Die Wellen überlagern sich. Wellentäler und Wellenberge prägen sich aus. Mit der Strahlungsbedingung wird für die abgestrahlte Kugelwelle ein ideales Freifeld erzeugt. Dieses wird durch den Abfall des Schalldruckpegels um 6 dB bei Verdopplung des Abstandes von der Quelle bestätigt. Diese Gesetzmäßigkeit gilt für Freifeldbedingungen.

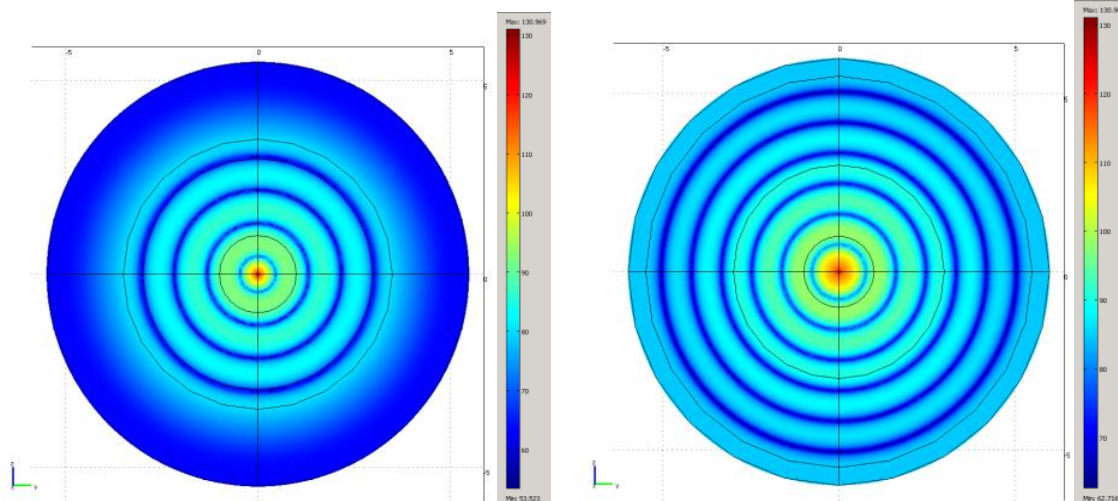


Abbildung 11: links: Kugelquelle mit PML (3,5 ... 5,5 m) im Schnitt in y-z-Ebene
 Legende: 53,523 bis 130,969 dB
 rechts: Kugelquelle mit PML (5,5 ... 6,0 m) im Schnitt in y-z-Ebene
 Legende: 62,716 bis 130,969 dB

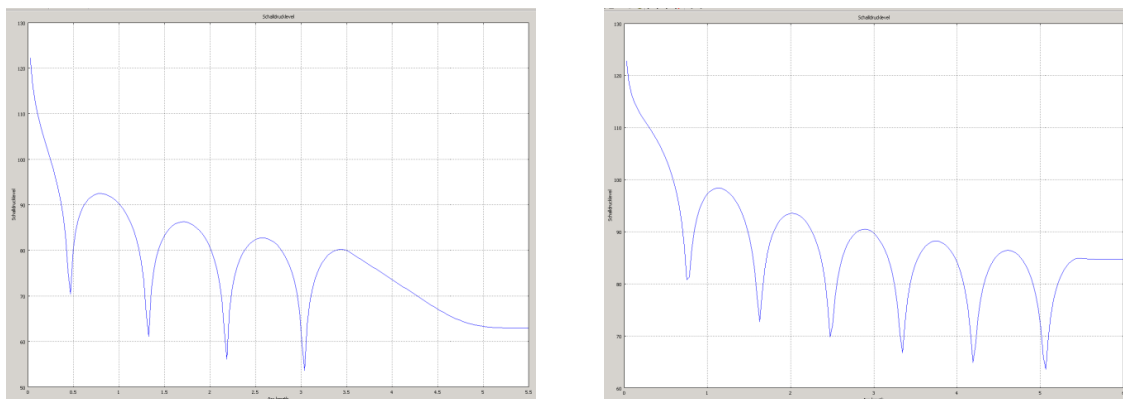


Abbildung 12: links: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für PML (3,5 ... 5,5 m) mit linearer x-Achse
 rechts: Schalldruckpegelverlauf über den Abstand zur Quelle für PML (5,5 ... 6,0 m) mit linearer x-Achse

Die Abbildungen 11 und 12 verdeutlichen, dass durch eine nicht perfekt angepasste PML Reflexionen an der äußeren Kugeloberfläche auftreten. Je dicker die PML umso besser werden die Freifeldbedingungen nachgebildet.

Alle vier Varianten der Randbedingungen zeigen, dass auf dem Rand der Kugelquelle ein Schalldruckpegel von 130,969 dB (effektiver Schalldruck: 70,71 Pa) vorliegt.

Für die Randbedingungen *radiation boundary condition* und schallhart wurden die senkrechten Komponenten der Intensität am äußersten Punkt in x-, y- und z-Richtung ermittelt.

Tabelle 3: Gegenüberstellung der ermittelten Intensitäten für die Randbedingungen RBC und schallhart

	$\text{Re}\{I\}$ für RBC in W/m^2	$\text{Im}\{I\}$ für RBC in W/m^2	$\text{Re}\{I\}$ für schall- hart in W/m^2	$\text{Im}\{I\}$ für schall- hart in W/m^2
x- Richtung	$8,09 \cdot 10^{-5}$	$2,90 \cdot 10^{-6}$	0	$-1,68 \cdot 10^{-5}$
y- Richtung	$7,81 \cdot 10^{-5}$	$4,09 \cdot 10^{-6}$	0	$3,05 \cdot 10^{-6}$
z- Richtung	$7,90 \cdot 10^{-5}$	$3,81 \cdot 10^{-6}$	0	$-1,92 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 2 verdeutlicht, dass jeweils die Summe der Intensitäten an einem Punkt von Comsol 3.5a ausgegeben wird. Das heißt für reflektierende Ränder wird die hinlaufende und zurücklaufende Intensität erfasst. Deshalb ist bei der Bestimmung der Schallleistung über die Intensität einer Quelle darauf zu achten, dass nirgends Schallenergie reflektiert wird.

3.3 Leistungsbestimmung der Kugelquelle

Wie im Abschnitt 3.2.2 beschrieben, wurde das Schallfeld der Quelle für verschiedene nicht-reflektierende Ränder, welche die Quelle umgeben, untersucht. Für die Leistungsbestimmung der Kugelquelle wurde die *radiation boundary condition* gewählt. Denn es soll nur der Teil der Schallleistung ermittelt werden, der wirklich von der Quelle abgestrahlt wird. Zu Vergleichszwecken wurden zu der großen Kugel mit dem Radius 5,5 m, für die die Randbedingung definiert wurde, zwei weitere Kugelflächen mit dem Radius 1 m bzw. 3 m hinzugefügt. Somit können die zu interessierende Werte auch auf diesen Kugeloberflächen abgelesen werden. Für die Berechnung des Modells selbst haben diese Flächen aber keinen Einfluss.

3.3.1 Leistungsbestimmung mittels Intensität

Die Bestimmung der Schalleistung der Kugelquelle kann über die Schallintensität in Anlehnung an die [DIN EN ISO 9614-1] erfolgen.

„Der Zahlenwert der von einer Quelle abgestrahlten Schalleistung ist gleich dem Wert des Integrals des Skalarproduktes des Schallintensitätsvektors mit dem zugehörigen Flächenelementvektor, gebildet über eine beliebige Fläche, die die Quelle gänzlich einschließt.“ [DIN EN ISO 9614-1, S. 2]

Zur Leistungsbestimmung erfolgt eine Abtastung des zur Messfläche senkrechten Intensitätsfeldes.

Die von einer Quelle erzeugte Gesamtschalleistung ist gegeben durch:

$$P = \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.8)$$

mit P_i zeitgemittelte Durchflussmenge der Schallenergie durch ein Segment der Messfläche S_i
 n Anzahl der Messflächensegmente

Wenn \vec{I}_i über \vec{S}_i konstant ist, lässt sich die Leistung wie folgt berechnen:

$$P_i = \vec{I}_i \cdot \vec{S}_i \quad (3.9)$$

Die zeitlich gemittelte Schallintensität \vec{I} in einem zeitlich stationären Schallfeld wird über die Integrationsdauer T bestimmt:

$$\vec{I} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \vec{I}(t) dt \quad (3.10)$$

mit $\vec{I}(t) = p(t) \cdot \vec{v}(t)$

Dabei stellen $p(t)$ den momentanen Schalldruck an einem Messpunkt und $\vec{v}(t)$ die zugehörige momentane Schallschnelle am gleichen Messpunkt dar.
 [DIN EN ISO 9614-1]

Die von Comsol 3.5a ausgegebene Intensität ist jedoch kein Mittelwert, wie er nach Gleichung (3.10) definiert ist, sondern wird aus dem Druck und der konjugiert komplexen Schnelle gebildet.

Wie in [Heckl, 1994, S. 3] beschrieben, kann mit Hilfe der Zeigerschreibweise und wenn alle Zeitverläufe in rein periodische Vorgänge mit der Kreisfrequenz ω zerlegt werden, die Intensität folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{p} \underline{v}^* \} \quad (3.11)$$

Dieser Ausdruck von I stellt einen zeitlichen Mittelwert dar.

[Fasold, 1984] beschreibt auf S.17, dass die Gleichung (3.11) der Quotient aus der senkrecht durch eine Fläche hindurchgehenden, in der Welle transportierten Leistung und der Fläche ist. Anhand dessen lässt sich schlussfolgern, dass für die Bestimmung der abgestrahlten Leistung einer Quelle nur der Realteil relevant ist. Der Imaginärteil beschreibt die Blindleistung.

Da davon ausgegangen wird, dass die Intensität auf einer Kugelfläche um die Quelle an jeder Stelle gleich ist, wird zunächst die Intensität in Normalenrichtung an einem Punkt bestimmt. Für die Leistung wird diese mit der Hüllfläche multipliziert.

Um dies zu bestätigen wurde die Intensität in Normalenrichtung über die Hüllfläche integriert.

Der Vergleich ist in Abschnitt 3.3.4 zu sehen.

3.3.2 Leistungsbestimmung mittels Hüllflächenverfahren

Eine weitere mögliche Bestimmung der Schallleistung der Kugelquelle geschieht in Anlehnung an die [DIN 45635-1]. Um die Quelle wird eine Hüllfläche gelegt, welche in dem Modell die Kugeln mit dem Radius 1 m, 3 m bzw. 5,5 m darstellen. Bei dem Hüllflächen-Verfahren werden auf der Hüllfläche, durch die die Schallleistung tritt, Messpunkte angeordnet an denen der Schalldruckpegel gemessen wird.

Die Schallleistung wird dann über das Messflächen-Maß L_S und dem über die Messfläche energetisch gemittelten Schalldruckpegel $L_{p,m}$ nach Gleichung (1.13) bestimmt. [DIN 45635-1]

$$L_W = L_{p,m} + L_S \quad (3.12)$$

mit $L_S = 10 \lg \frac{S}{S_0}$ Messflächen-Maß
 $S_0 = 1 \text{ m}^2$ Bezugsfläche

Auf Grund der Annahme, dass der Schalldruckpegel über die jeweilige Kugeloberfläche konstant ist, wurde dieser nur an einer Stelle bestimmt. Die Hüllfläche ermittelt sich dann aus dem jeweiligen Radius der betrachteten Kugelfläche und $S = 4 \pi r^2$.

Die Ergebnisse sind im Abschnitt 3.3.4 zusammengefasst.

3.3.3 Leistung der Kugelquelle mit Hilfe des Schalldruckes

Das Schallfeld eines Punktstrahlers lässt sich mit dem Schalldruck p wie folgt beschreiben:

$$\underline{p} = \frac{j\omega \rho q}{4\pi r} \cdot e^{-jk r} \quad (3.13)$$

Für den zu betrachtenden Baufrequenzbereich ist die Bedingung $k \cdot R \ll 1$ mit dem Radius der Quelle von 1 cm erfüllt. Der nach dem Prinzip der atmenden Kugel arbeitende Strahler kann demnach als Punktstrahler angesehen werden. Die Strahlerabmessungen sind klein gegenüber der Wellenlänge.

Die abgestrahlte Leistung P eines Punktstrahlers kann über die akustische Strahlungsresistanz Z_{ak} wie folgt bestimmt werden [Fasold, 1984]:

$$P = \tilde{q}^2 Z_{ak} \quad (3.14)$$

mit

$$Z_{ak} = \frac{\rho c k^2}{4\pi} = \frac{\pi \rho c}{\lambda^2} \quad (3.15)$$

Auf Gleichung (3.13) folgendes angewendet:

$$\tilde{p}^2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{p} \underline{p}^* \} \quad (3.16)$$

ergibt sich:

$$\tilde{p}^2 = \frac{\tilde{q}^2 \rho^2 f^2}{4 r^2} \quad (3.17)$$

Dies nach \tilde{q}^2 umgestellt und in Gleichung (3.14), sowie Gleichung (3.15) in Gleichung (3.14) eingesetzt ergibt:

$$P = \frac{\tilde{p}^2}{\rho c} \cdot 4\pi r^2 \quad (3.18)$$

Für Luft entspricht ρc der Schallkennimpedanz Z_0 . Für die in Comsol 3.5a vordefinierten Größen der Schallgeschwindigkeit in Luft und der Dichte der Luft ist

$$Z_0 = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 343 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 428,75 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}.$$

Mit $S = 4\pi r^2$ wird eine Kugel als Hüllfläche beschrieben. Gleichung (3.18) gilt nur im Fernfeld des Kugelstrahlers und im Freifeld, da der Quotient aus dem Quadrat des Effektivwertes des Druckes und der Schallkennimpedanz eine Intensität darstellt. Diese Beziehung für die Intensität ist nur für die Ebene Welle, wie sie sich näherungsweise im Fernfeld des Kugelstrahlers ausbreitet, gültig.

An ausgewählten Punkten über die Kugelflächen, um die Quelle, wurde der Schalldruck ermittelt. Daraus wurde der Effektivwert gebildet und nach Gleichung (3.18) die Leistung bestimmt.

3.3.4 Vergleich und Schlussfolgerungen

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse der verschiedenen Wege der Leistungsbestimmung für die Quelle bei unterschiedliche Abstände von der Quelle zusammen.

Tabelle 4: ermittelte Leistungen für die verschiedenen Verfahren für unterschiedliche Abstände von der Quelle

Abstand	$P_{\text{Intensität}}$ in W mittels Integration	$P_{\text{Intensität}}$ in W	$P_{\text{Hüllfläche}}$ in W	$P_{\text{Schalldruck}}$ in W
1 m		0,015	0,016	0,015
3 m	0,015	0,015	0,016	0,015
5,5 m	0,015	0,015	0,016	0,015

Für die Spalten 3 - 5 wurde angenommen, dass die Intensitäten, die Schalldruckpegel bzw. die Schalldrücke über die Oberfläche der jeweiligen Kugel gleich sind. Sie wurden an einem Punkt ermittelt und mit der Kugelgröße multipliziert bzw. das Messflächenmaß addiert. Zum Vergleich wurde die Intensität in Normalenrichtung von Comsol über die Kugeloberflächen integriert. Die Werte liegen alle in der gleichen Größenordnung. Daraus lässt sich schließen, dass alle Verfahren auf die Kugelquelle anwendbar sind. Obwohl die Kugel mit dem Radius 1 m nicht im Fernfeld liegt, sind die Werte für die Leistungen, die über den Schalldruck bestimmt wurden, mit denen der anderen Verfahren gleich.

Die Werte für das Hüllflächenverfahren weichen ab, weil die Güte der näherungsweisen Bestimmung der Schallleistung über den Schalldruckpegel an jedem Punkt von den Eigenschaften der Quelle und der Anordnung der Messpunkte relativ zur Quelle abhängt. [DIN EN ISO 9614-1]

Die von der Quelle tatsächlich abgestrahlte Leistung wird durch den Realteil der Intensität bestimmt. Aus diesem Grund muss die Formel für die Intensität in Normalenrichtung mittels dem *Satz des Pythagoras* selbst formuliert werden.

4 Nachbilden eines diffusen Schallfeldes

4.1 Gemittelter Schalldruckpegel im Raum

Der Gedanke war, das Modell so aufzubauen, dass die Bestimmung der Schalldämm-Maße einer Wand ähnlich wie bei einer Messung nach [DIN EN ISO 10140-2] erfolgt. Für die Bestimmung des Schalldämm-Maßes nach Gleichung (1.39) muss sowohl im Sende- als auch im Empfangsraum ein diffuses Schallfeld vorliegen. Aus diesem Grund wurde nach Möglichkeiten gesucht solches zu modellieren.

4.1.1 Eigenfrequenzen eines Raumes

Wie im 0. Kapitel beschrieben, kann sich ein diffuses Schallfeld nur ausbilden wenn genügend Eigenmoden im Raum angeregt werden. Daher werden diese für den Raum mit den Abmessungen 2,86 m x 6 m x 2,75 m, der für 200 Hz diffus ist, analytisch und numerisch berechnet.

Eigenfrequenzen entstehen dann, wenn mindestens eine Raumabmessung ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist und sich so in dieser Raumrichtung eine *stehende Welle* ausbilden kann. Das hat zur Folge, dass Minima und Maxima des Schalldruckes im Raum entstehen. Wie ebenfalls im Kapitel 0 beschrieben, können diese durch Anregung vieler Eigenfrequenzen „ausgeglichen“ werden.

Für die numerische Bestimmung der Eigenfrequenzen des Raumes mit den oben genannten Abmessungen wurde ein Rechteck mit dessen Maßen erstellt und als Gebietsbedingung Luft definiert. Für die Validierung der in Abschnitt 2.3.1 erwähnten Anforderung an die Vernetzung wurden Netze mit verschiedenen maximalen Elementgrößen $\lambda/6$, $\lambda/4$ und $\lambda/2$ definiert und jeweils die Eigenmoden für den Raum bestimmt.

Nach [Cremer, 1976] können die Eigenmoden eines Raumes nach folgender Formel analytisch berechnet werden:

$$f_n = \frac{ck}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad \text{Hz} \quad (4.1)$$

mit n_x, n_y, n_z als laufender Zähler 0, 1, 2, 3

l_x, l_y, l_z die Raumabmessungen in die jeweilige Raumrichtung

$$c = 343 \frac{m}{s}.$$

Im Anhang ist eine Gegenüberstellung der analytisch und numerisch bestimmten Eigenfrequenzen aufgezeigt. Für die numerisch Berechneten wurden nur die Werte aufgelistet, die für ein Netz mit einer maximalen Elementgröße von $\lambda/6$ berechnet wurden.

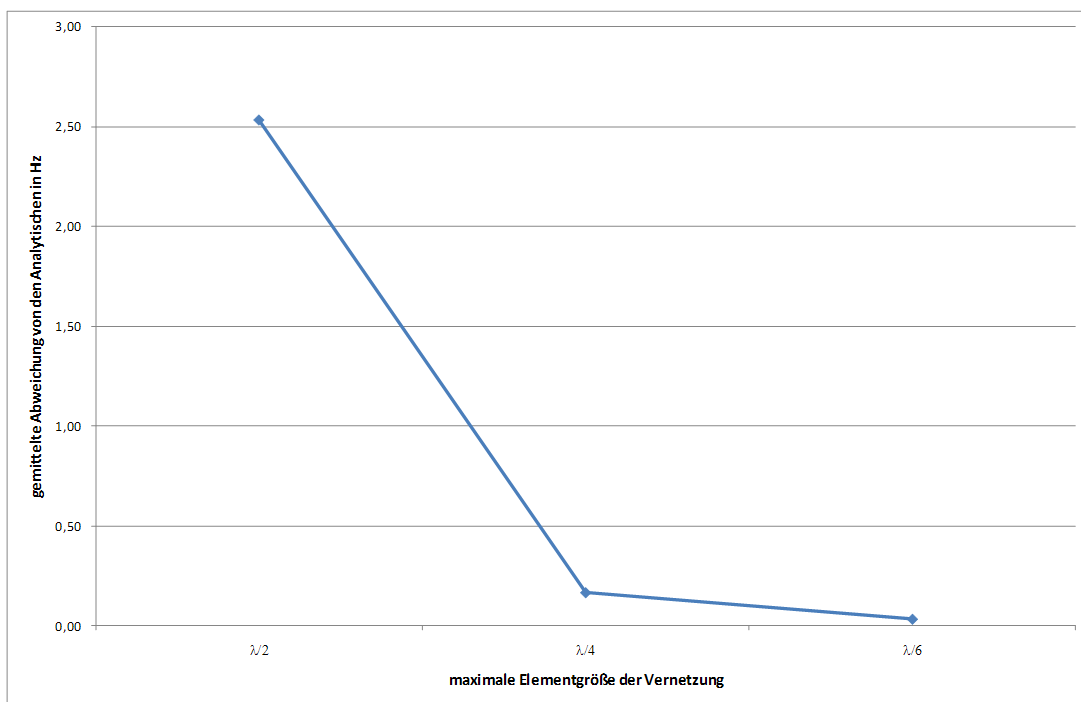


Abbildung 13: Abweichung der numerisch bestimmten zu den analytisch bestimmten Eigenfrequenzen des Raumes in Abhängigkeit vom Vernetzungsgrad

Wie Abbildung 13 deutlich zeigt, sinkt die Abweichung der numerisch bestimmten Werte für die Eigenfrequenzen gegenüber den analytisch bestimmten Eigenfrequenzen mit Verfeinerung des Netzes. Für die Bestimmung der mittleren Abweichung wurde die Differenz zwischen der numerischen und analytischen Eigenfrequenz gebildet und anschließend über alle bestimmten Eigenfrequenzen gemittelt. Dieses Diagramm bestätigt die Aussage aus Abschnitt 2.3.1. Mit sechs Elementen pro Wellenlänge wird eine gute Genauigkeit erzielt.

Aufbauend auf diese Untersuchung wird für alle weiteren Simulationen die maximale Elementgröße mit $\lambda/6$ angesetzt.

4.1.2 Gemittelter Schalldruckpegel über die Eigenmoden

Die Kugelquelle aus Kapitel 3 wurde in den Raum hineingesetzt und die Raumbegrenzungsflächen schallhart definiert. Für die, wie im vorherigen Abschnitt, numerisch bestimmten Eigenfrequenzen des Raumes wurden nun die Schalldruckpegel im Raum bestimmt. Dazu wurden Punkte im Raum festgelegt, an denen der Schalldruckpegel herausgelesen wurde. Diese Punkte stellen die Mikrofone bei einer Messung dar. Die Positionierung der Punkte erfolgte anhand der [DIN EN ISO 10140-4]. Dabei wurde darauf geachtet, dass die folgenden Abstände nicht unterschritten wurden:

- 0,7 m zwischen den Punkten
- 0,7 m zwischen den Punkten und der Raumbegrenzungsfläche
- 1,0 m zwischen Punkt und Quelle

Desweiteren ist in der [DIN EN ISO 10140-4] vorgeschrieben, dass für feste Mikrofone mindestens fünf Positionen zu wählen sind.

Im Folgenden wird gezeigt, wie sich die Änderungen des Schalldruckpegels bei Änderung der Punktpositionen und Erhöhung der Anzahl der Eigenfrequenzen verhalten. Dazu wurden die Schalldruckpegel für eine gewisse Anzahl an Eigenfrequenzen für festgelegte Positionen „1“ der Punkte bestimmt. Anschließend wurde die Position der Quelle festgehalten und fünf neue Positionen „2“ für die Punkte gewählt. Die Schalldruckpegel wurden über die Eigenfrequenzen innerhalb der Terz mit der Mittfrequenz 200 Hz addiert und anschließend für die fünf Punkte, die zu einer Position gehören, gemittelt.

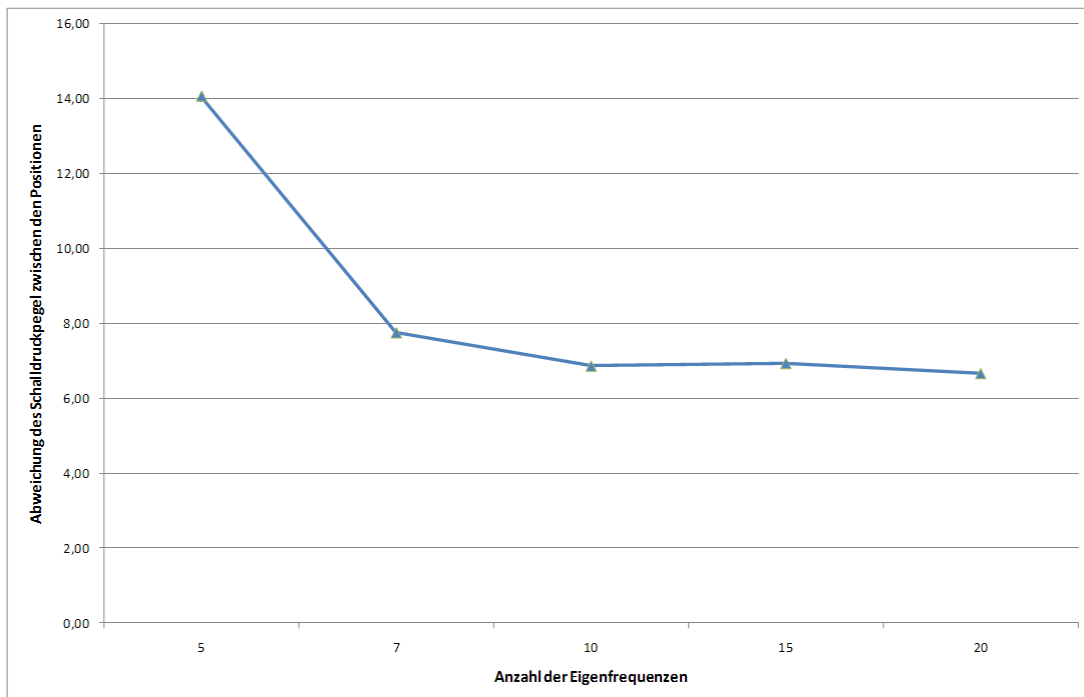


Abbildung 14: Abweichung des Schalldruckes zwischen den Positionen über die Anzahl der Eigenfrequenzen

Anhand der Abbildung 14 wird deutlich, dass die Abweichung des Schalldruckes mit Erhöhung der „angeregten“ Eigenfrequenzen bis zu einem gewissen Grad abnimmt und sich dann dem Wert 6,5 annähert.

In einem idealen Diffusfeld müsste der Schalldruckpegel an jedem Punkt, der von der Quelle und den Raumbegrenzungsflächen weit genug entfernt ist, gleich groß sein. Obwohl die Punkte mit ausreichendem Abstand zur Quelle und zu den Raumbegrenzungsflächen angeordnet worden, sind große Abweichungen zu verzeichnen.

Aus Gründen der Speicherkapazität wurde die „mildere“ Anforderung mit dem Faktor 700 für das diffuse Schallfeld angesetzt (Vgl. Gleichung (1.19)). Eventuell würden die Abweichungen geringer werden, wenn die Räume noch größer gestaltet werden.

Eine weitere Erklärung könnte sein, dass die von den schallhart definierten Wänden absorbierte Schallleistung nicht größer ist als die von der Luft absorbierten. [Fasold, 1984]

Die Annahme, dass mit Erhöhung der Anzahl der angeregten Eigenfrequenzen das Schallfeld diffuser wird und die Pegelschwankungen abnehmen, kann nur teilweise belegt werden. Dieses wird auch durch die Untersuchungen in [Cremer, 1976] bestätigt. Denn dort beträgt die mittlere Pegelschwankung bei 21 verschiedenen untersuchten Räumen 9,8 dB.

Die auf Seite 97 in [Fasold, 1984] aufgeführte Gleichung:

$$N_{Terz} \approx 7,4 \left(\frac{V}{V_0} \right) \left(\frac{f_m}{f_0} \right)^3 \quad (4.2)$$

mit N_{Terz} erforderliche Anzahl an Eigenfrequenzen

$$V_0 = 100 \text{ m}^3$$

$$f_0 = 100 \text{ Hz}$$

sagt aus, dass für den Raum (2,86 x 6 x 2,75 m³) und die Terzmittenfrequenz von 200 Hz mehr als 28 Eigenfrequenzen erforderlich sind, um ein diffuses Schallfeld auszubilden. Die erforderliche Anzahl an Eigenmoden steigert den Rechenaufwand erheblich, da für jede Eigenfrequenz die numerische Berechnung getrennt durchgeführt werden muss.

Die Bestimmung des mittleren Schalldruckpegels für die Ermittlung des Schalldämm-Maßes nach Gleichung (1.39) erfolgt für den Sende- und Empfangsraum getrennt. Selbst wenn im Sende- und Empfangsraum die gleichen Punkte als Mikrofonpositionen gewählt werden, ist nicht davon auszugehen, dass sich die jeweiligen Pegelschwankungen ausgleichen. Zumal nur im Senderaum die Kugelquelle positioniert ist und sich somit das Schallfeld dort anders gestaltet, als im Empfangsraum, in dem die zu untersuchende Wand als Quelle fungiert. Schon allein durch diese Abweichung der Schalldruckpegel kann das Schalldämm-Maß nicht auf 2 dB genau bestimmt werden. Somit ist diese Möglichkeit ein diffuses Schallfeld nachzubilden unter Beachtung der eingangs geschilderten Genauigkeitsanforderung ungeeignet.

4.2 Überlagerung von Ebenen Wellen

4.2.1 Ebene Welle mit Schalleinfallswinkel von 45° auf schallharte Wand

Aus Gleichung (1.28) wird ersichtlich, dass das Schalldämm-Maß vom Schalleinfallswinkel δ beeinflusst wird. Dies kann mittels des Koinzidenzeffektes erklärt werden. Wenn das Schalldämm-Maß über alle Einfallswinkel von 0° bis 90° gemittelt wird, erhält man ein niedrigeres Schalldämm-Maß als mit praktischen Messungen nachgewiesen wurde. Das liegt daran, dass auf Grund der Abmessungen am Bau der streifende Schalleinfall, für den das Schalldämm-Maß minimal wird, selten vorkommt. Da der Einfallswinkel von 45° am wahrscheinlichsten ist, wird das Schalldämm-Maße vereinfacht für $\delta = 45^\circ$ bestimmt. [Schirmer, 2006]

Die praktische Umsetzung dieses Sachverhaltes wird mit der [DIN EN 12354-3] bestätigt. In dieser Norm ist festgelegt, dass das Schalldämm-Maß für den Einfallswinkel von 45° auch aus dem Bau-Schalldämm-Maß, welches hypothetisch am Bau mit diffusen Schalleinfall gemessenen werden könnte, wie folgt ermittelt wird:

$$R'_{45^\circ} = R' + 1 \text{ dB} \quad (4.3)$$

Daher wurde mittels Comsol 3.5a in dem Raum 2,86 m x 6 m x 2,75 m eine einfallende Welle mit $\delta = 45^\circ$ zur Flächennormalen erzeugt. Dazu wurde der Raumbegrenzungsfläche eine schallharte Randbedingung zugewiesen, die später die zu untersuchende Wand darstellt. Allen übrigen Raumbegrenzungen wurden mit einer *radiation boundary condition*, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, versehen. Es muss nach *Gestreuter Welle* gelöst werden, damit bei der Berechnung des Gesamtschalldruckpegels die Winkelabhängigkeit berücksichtigt wird.

4.2.2 Reflexionen der Ebenen Wellen an allen Raumbegrenzungsflächen

In dem Modell wurde ebenfalls eine einfallende Welle mit dem Schalleinfallswinkel zur $\delta = 45^\circ$ Flächennormalen erzeugt. Diesmal wurden aber alle Raumbegrenzungsflächen schallhart ausgebildet.

Bei Schalleinfall unter dem Winkel δ wird der Reflexionsfaktor \underline{r} im Unterschied zu Gleichung (1.21) wie folgt bestimmt:

$$\underline{r}(\delta) = \frac{\underline{Z}_w(\delta) - \frac{\rho c}{\cos \delta}}{\underline{Z}_w(\delta) + \frac{\rho c}{\cos \delta}} \quad (4.4)$$

Für Luft als angrenzendes Medium an die Trennwand ist ρc die Schallkennimpedanz.

Dementsprechend wird der Schall nach diesen Bedingungen an allen Raumbegrenzungsflächen reflektiert.

4.2.3 Vergleich der verschiedenen Randbedingungen für den Raum mit einfallender Welle

Es wurden jeweils Abbildungen für die Variante 1 (Abschnitt 4.2.1: einfallende Welle mit dem Schalleinfallswinkel $\delta = 45^\circ$) und Variante 2 (Abschnitt 4.2.2: die Überlagerungen Ebener Wellen durch Reflexionen an schallharten Raumbegrenzungsflächen) gegenübergestellt.

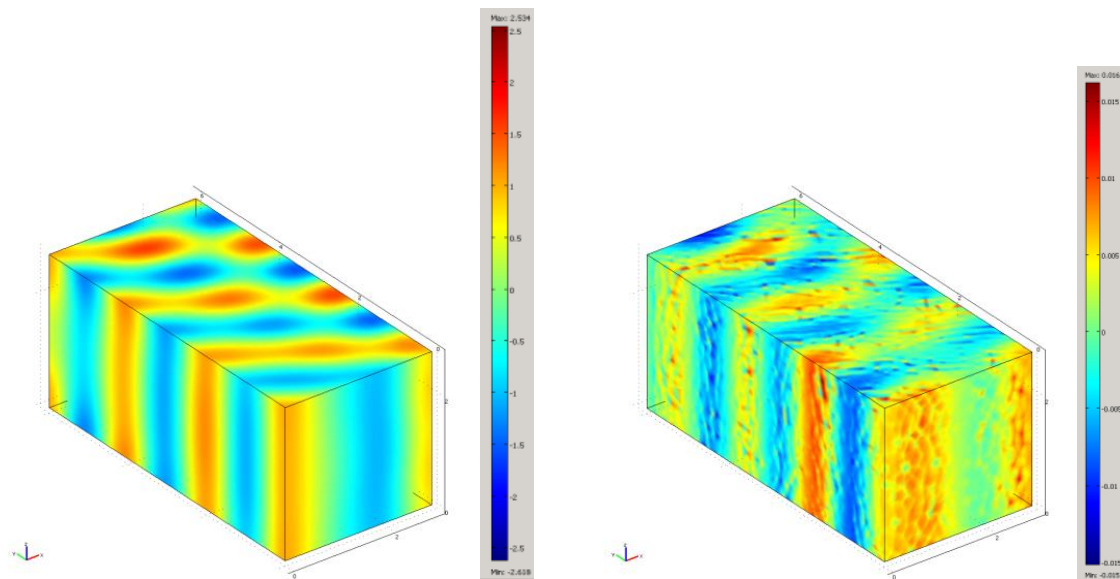


Abbildung 15: Variante 1 links: Schalldruck auf Ränder ; Legende -2,618 bis 2,534 Pa
Variante 2 rechts: Schalldruck auf Rändern; Legende -0,0151 bis 0,0162 Pa

In Abbildung 15 ist gut zu erkennen, dass bei nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen die Wellenberge und Wellentäler deutlich ausgebildet sind. Durch Reflexionen an den Raumbegrenzungsflächen werden diese nicht so eindeutig ausgeprägt, die Maxima und Minima des Schalldruckes werden etwas „ausgeglichen“. Das ist anhand der Werte für den Schalldruck zu erkennen. Bei dem Raum mit schallharten Rändern erstrecken sich die Werte nur von -0,0151 Pa bis 0,0162 Pa im Vergleich zu -2,618 Pa bis 2,534 Pa für die nicht-reflektierenden Ränder.

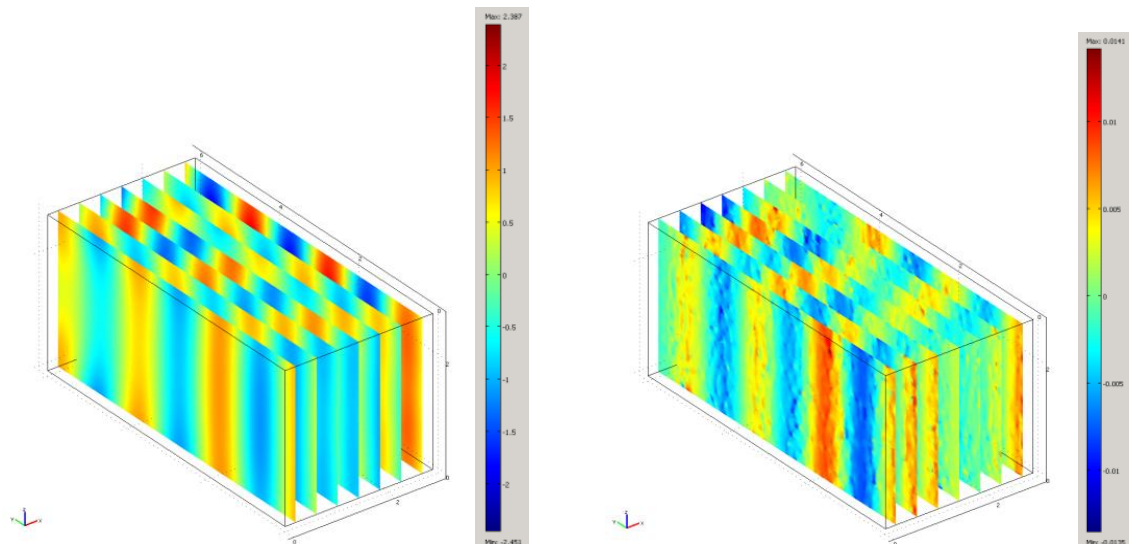


Abbildung 16: Variante 1 links: Schalldruck auf Schnitten in y-z-Ebene; Legende -2,451 bis 2,387 Pa
 Variante 2 rechts: Schalldruck auf Schnitten y-z-Ebene; Legende -0,0135 bis 0,0141 Pa

Abbildung 16 bestätigt die Aussage von Abbildung 15. Weiterhin wird ersichtlich, dass sich der Schalleinfallswinkel $\delta = 45^\circ$ nur auf die x-y- Ebene bezieht.

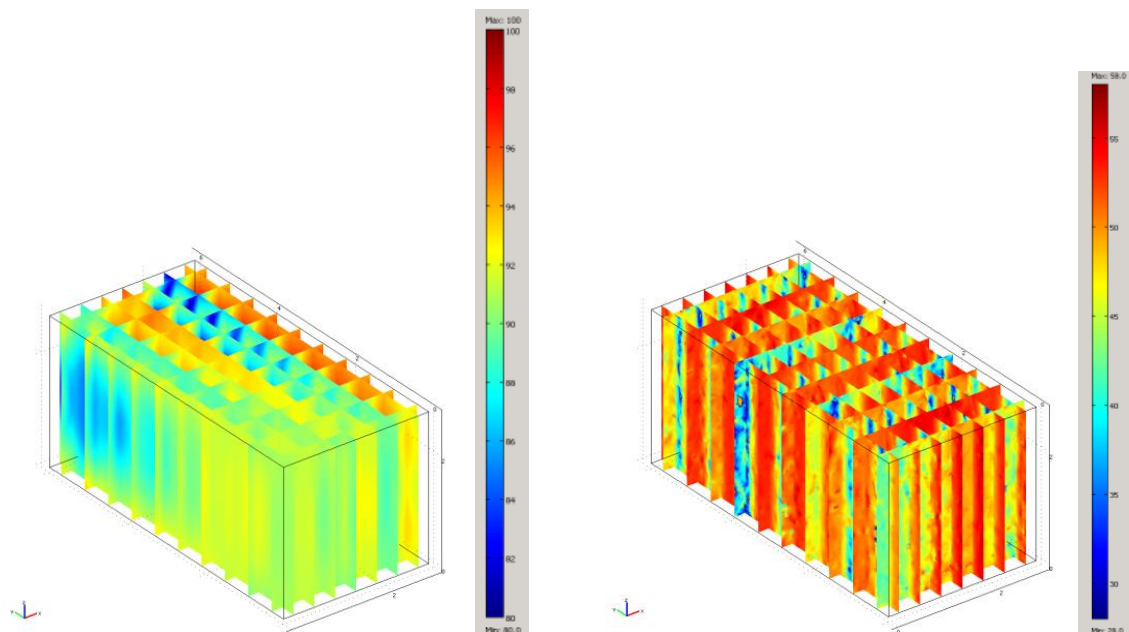


Abbildung 17: Variante 1 links: Schalldruckpegel auf Schnitten in x-z- Ebene und y-z-Ebene;
 Legende 80-100dB
 Variante 2 rechts: Schalldruckpegel auf Schnitten in x-z- Ebene und y-z-Ebene;
 Legende 28 bis 58 dB

Der Vergleich der Schalldruckpegelverteilung wird in Abbildung 17 dargestellt. Hierbei ist zu erkennen, dass für die nicht reflektierenden Ränder die Minima des Schalldruck-

pegels in wenigen Bereichen konzentriert und stark ausgeprägt sind. Im Gegensatz dazu liegen die Maxima und Minima für den Schalldruckpegel für die schallharten Raumbegrenzungsflächen verteilt. Als ideal diffus kann es jedoch nicht bezeichnet werden.

Der Einfluss der Pegelschwankungen wird umgangen, indem sende- sowie auch empfangsraumseitig die einfallende bzw. die abgestrahlte Leistung über die Intensität bestimmt wird. Damit ein Vergleich für die unterschiedliche Anregung der Wand durch diffusen Schalleinfall bzw. einfallenden Schall unter dem Winkel 45° angestrebt werden kann, wird diese Möglichkeit für die Modellierung des senderaumseitigen Schalleinfalls gewählt. Ein weiterer Vorteil dieser Variante ist ein geringerer Rechen- und damit Zeitaufwand, da die vielen Eigenfrequenzen des Raumes nicht getrennt gerechnet werden müssen. Zudem entfällt die Bestimmung der äquivalenten Absorptionsfläche im Empfangsraum.

5 Bestimmung der Schalldämm-Maße einer Stahlbetonwand

5.1 Analytische Bestimmung des Schalldämm-Maßes nach Heckl und daraus resultierende Materialgrößen

Das Schalldämm-Maß einer 20 cm Stahlbetonwand wurde analytisch nach Heckl(1) [Heckl, 1994, S. 549] berechnet. Die Materialgrößen wurden dabei so variiert, dass sich die geringsten Abweichungen des Schalldämm-Maßes in Bezug auf die Messung [Jerusel, 2009] ergeben. Die Daten für das Material aus [Jerusel, 2009] wurden mit den angegebenen Bereichen für einzelne Größen in [EFOAOIC, 2002] verglichen. Die nach Gleichung (1.37) errechnete Koinzidenzgrenzfrequenz liegt für alle Variationen der Materialgrößen unterhalb des zu betrachtenden Frequenzbereiches von 100 Hz bis 3150 Hz. Dafür kann das Schalldämm-Maß R nach Heckl(1) berechnet werden:

$$R = \left[20 \cdot \lg \frac{\pi \cdot f \cdot m''}{\rho_0 \cdot c_0} - 10 \cdot \lg \frac{1}{2 \cdot \eta} \sqrt{\frac{f_c}{f}} \right] \text{ dB} \quad (5.1)$$

mit	f	zu betrachtende Frequenz
	f_c	Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (1.37)
	m''	flächenbezogene Masse nach Gleichung (1.31)
	η	Verlustfaktor, hier interner Verlustfaktor

Tabelle 5: Zusammenstellung verschiedener Werte für die Materialgrößen der Wand

Materialgrößen	Jerusel	Jerusel, Luft 0°	Angepasste Größen
h in m	0,2	0,2	0,2
ρ in kg/m ³	2400	2400	2400
E in Pa	$3,65 \cdot 10^{10}$	$3,65 \cdot 10^{10}$	$3,85 \cdot 10^{10}$
μ	0,2	0,2	0,2
η	0,006	0,006	0,01
f_c in Hz	81,48	81,48	79,34
ρ_0 in kg/m ³	1,18	1,25	1,25
c_0 in m/s	343	343	343

In der nachfolgenden Abbildung sind die Ergebnisse für die analytische Bestimmung der Schalldämm-Maße und die Messwerte veranschaulicht.

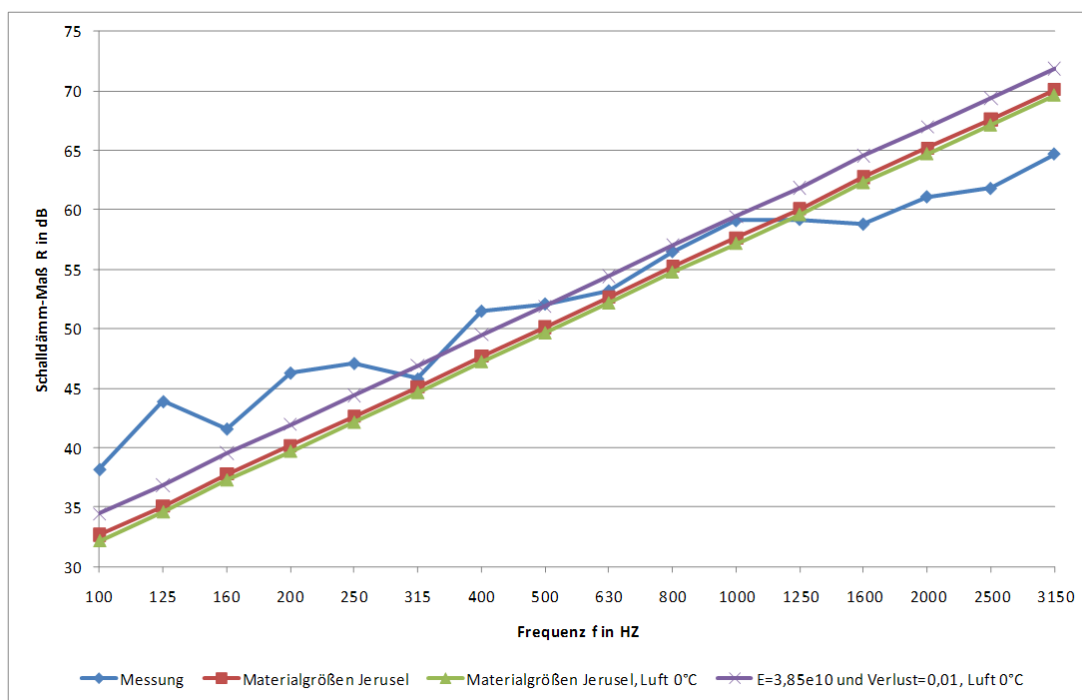


Abbildung 18: Vergleich der Messergebnisse mit der analytischen Bestimmung der Schalldämm-Maße für verschiedene Werte der Materialgrößen

Die lila Gerade in Abbildung 18 stellt den Verlauf des Schalldämm-Maßes für die angepassten Größen, mit denen die geringsten Abweichungen zu den Messergebnissen

erreicht wurden, dar. Alle folgenden Untersuchungen werden mit diesen Werten durchgeführt. Weiterhin ist anhand Abbildung 18 zu erkennen, dass die analytische Berechnung nach Heckl den Verlauf der Messung tendenziell widerspiegelt.

5.2 Bestimmung der Eigenschaften und Eigenfrequenzen der Wand

5.2.1 Eigenschaften der Wand

Die Abmessungen der Wand sind folgende:

Tabelle 6: Abmessungen der Wand

$l_x = h$	l_y	l_z
0,2 m	6 m	2,75 m

Nach den in Kapitel 1 aufgeführten Gleichungen können die flächenbezogene Masse m'' , die Biegesteifigkeit B' und die Longitudinalwellengeschwindigkeit c_L für die Wand berechnet werden.

Tabelle 7: flächenbezogene Masse, Biegesteifigkeit und Longitudinalwellengeschwindigkeit der Wand

m''	B'	c_L
480 kg/m ²	$2,67 \cdot 10^7$ Nm	4087,8 m/s

Eine Übersicht über die Biege-Wellengeschwindigkeit c_B und der Biege-Wellenlänge λ_B ist im Anhang zu finden. Diese sind frequenzabhängig. Dieser Effekt wird Dispersion genannt.

Die Abmessungen der Wand und die betrachtete Körperschallwellenlänge (hier: Biegewellenlänge) bedingen, ob der Körper in Folge der Anregung als Ganzes schwingt oder ob eine Wellenausbreitung stattfindet. Da die größte Abmessung der Wand von 6 m größer ist als die größte Biegewellenlänge von 3,85 m für den zu betrachteten Frequenzbereich, erfolgt eine Wellenausbreitung. [Kraak, Skript]

Die zu untersuchende Wand strahlt über den gesamten betrachteten Frequenzbereich Luftschall abstrahlt, denn $\lambda_B > \lambda_{Luft}$ für den Baufrequenzbereich.

5.2.2 Eigenfrequenzen der Wand

Die Wand kann als Platte angesehen werden. Das Schwingungsverhalten einer Platte wird durch deren Eigenfrequenzen bestimmt. Bei einer allseitig aufgestützten Platte können die Biegeeigenfrequenzen wie folgt berechnet werden [Fasold, 1984]:

$$f_{Bn} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2} \right]} \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.2)$$

Mit m'' flächenbezogene Masse nach Gleichung (1.31)

B' Biegesteifigkeit nach Gleichung (1.30)

n_x, n_y laufender Zähler 1, 2, 3, 4

l_x, l_y Plattenabmessungen

Eine Zusammenstellung der auf diese Weise berechneten Eigenfrequenzen ist dem Anhang zu entnehmen. Da die Gleichung (5.2) nur für dünne Platten gilt, wird das wahre Schwingungsverhalten der Wand von dem analytisch Bestimmten abweichen. Aus diesem Grund wurden die Eigenfrequenzen der Wand f_E zusätzlich numerisch berechnet.

Dazu wurden einem Rechteck mit den Abmessungen der Wand die Eigenschaften dieser zugeordnet und anschließend mittels Eigenfrequenzanalyse die Eigenfrequenzen bestimmt.

Tabelle 8 zeigt einen kleinen Vergleich der analytisch und numerisch bestimmten Eigenfrequenzen.

Tabelle 8: Vergleich der analytisch und der numerisch berechneten Eigenfrequenzen der Wand

f_{Bn} in Hz	f_E in Hz
59,32	63,28
206,38	203,06
213,79	210,06
306	307,51

In dieser Tabelle sind die Frequenzen aufgeführt, bei denen die geringsten Abweichungen auftreten. Die Anzahl der numerisch ermittelten Eigenfrequenzen ist für die untersuchten Terzen höher. Dies liegt sicherlich daran, dass bei der numerischen Betrachtung noch eine dritte Dimension eine Rolle spielt. Die Lage der Eigenfrequenzen beeinflusst das Schalldämm-Maß einer Wand.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Verschiebungen für die numerisch berechnete Eigenfrequenz 63,275588 Hz.

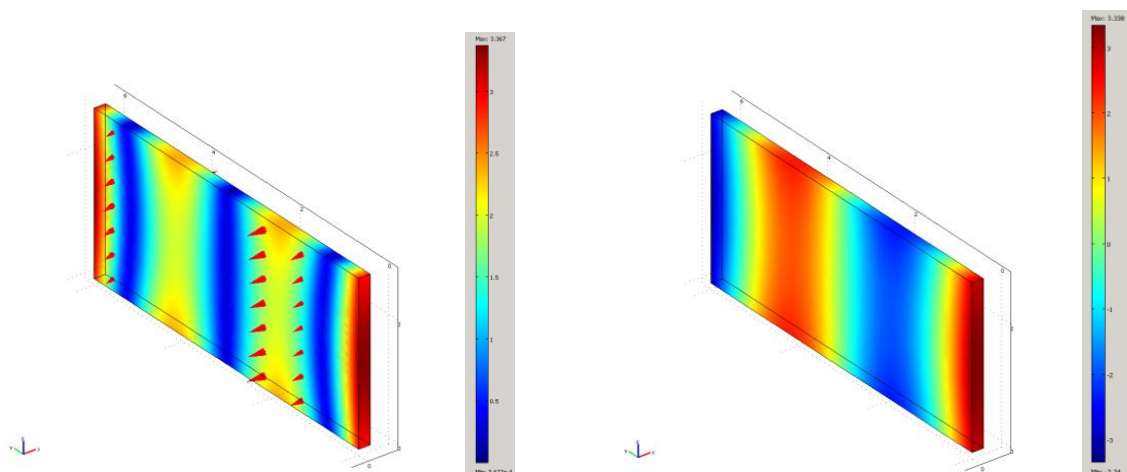


Abbildung 19: links: Gesamtverschiebung auf den Rändern und Pfeile für die Gesamtverschiebung für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende $3,622e-4$ bis $3,367$ m
rechts: Verschiebung in x-Richtung auf den Rändern für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende $-3,34$ bis $3,338$ m

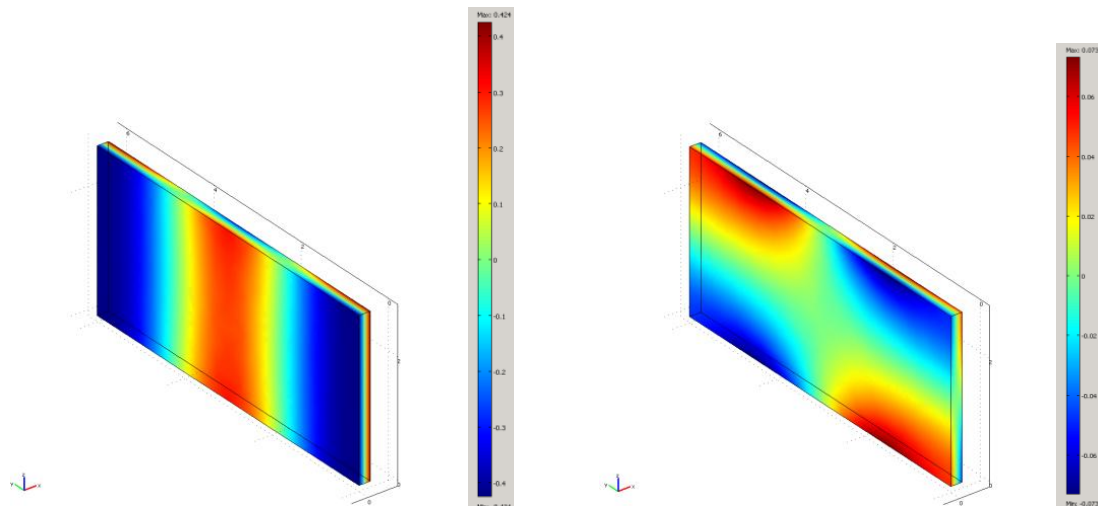


Abbildung 20: links: Verschiebung in y-Richtung auf den Rändern
für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende -0,424 bis 0,424 m
rechts: Verschiebung in z-Richtung auf den Rändern
für die Eigenfrequenz 63,275588 Hz ; Legende -0,0730 bis 0,0731 m

5.3 Vergleich der Analytischen Bestimmung nach Heckl und DIN EN 12354-1

In einer neueren Auflage des *Taschenbuch der Technischen Akustik* [Müller, 2004, S. 210] wird eine andere Form der näherungsweisen Bestimmung des Schalldämm-Maßes oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz nach Heckl (2) aufgeführt:

$$R = \left[20 \cdot \lg \frac{\pi \cdot f \cdot m''}{\rho_0 \cdot c_0} + 10 \cdot \lg \frac{2 \cdot \eta}{\pi} \cdot \frac{f}{f_c} \right] \text{ dB} \quad (5.3)$$

Mit f zu betrachtende Frequenz
 f_c Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (1.37)
 m'' flächenbezogene Masse nach Gleichung (1.31)
 η Verlustfaktor, hier interner Verlustfaktor

Die nach dieser Gleichung berechneten Werte sind weiter hinten im Vergleich zu Heckl(1) dargestellt.

Nach der [DIN EN 12354-1, Anhang B] kann das Schalldämm-Maß auf folgende Weise bestimmt werden:

$$R = -10 \cdot \lg \tau \quad dB \quad (5.4)$$

mit τ Transmissionsgrad

Wenn der zu betrachtende Frequenzbereich oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz liegt, kann der Transmissionsgrad folgendermaßen berechnet werden:

$$f > f_c \quad \tau = \left(\frac{2 \cdot \rho_0 \cdot c_0}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot m''} \right)^2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot f_c \cdot \sigma^2}{2 \cdot f \cdot \eta_{tot}} \right) \quad (5.5)$$

Die erste Eigenfrequenz f_{11} wurde analytisch im Abschnitt 5.2.2 berechnet:

$$f_{11} = 59,32 \text{ Hz}$$

Für den Abstrahlgrad ist dann folgendes vorgeschrieben:

$$\text{wenn } f_{11} > f_c / 2 \quad ; \quad f > f_c$$

$$\text{und } \sigma_1 < \sigma_3 : \quad \sigma = \sigma_1$$

$$\text{sonst: } \sigma = \sigma_3$$

$$\sigma \leq 2$$

Die Abstrahlgrade σ_1 und σ_3 werden nach folgenden Gleichungen berechnet:

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_c}{f}}} \quad (5.6)$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot (l_y + l_z)}{16 \cdot c_0}} \quad (5.7)$$

Für den Gesamtverlustfaktor unter Laborbedingung $\eta_{tot,lab}$ ist im Anhang C festgelegt:

$$\eta_{tot,lab} \approx \eta_{int} + \frac{m''}{485 \cdot \sqrt{f}} \quad (5.8)$$

mit η_{int} interner Verlustfaktor, η in Abschnitt 5.1

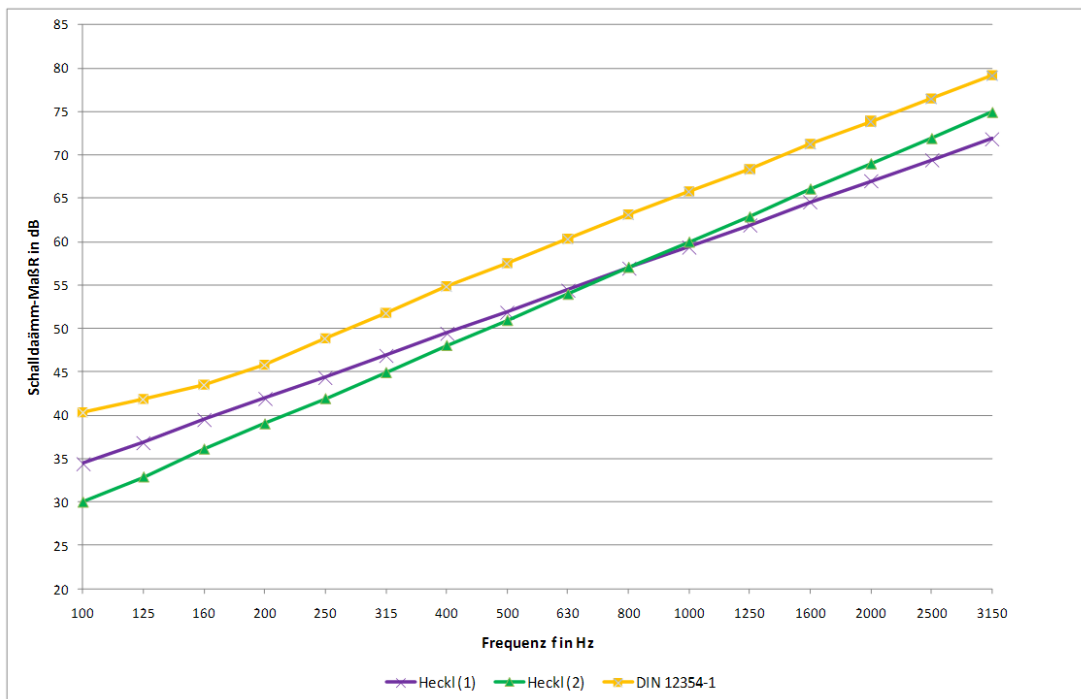


Abbildung 21: Vergleich der Werte der analytischen Berechnungen des Schalldämm-Maßes nach Heckl(1), Heckl(2) und DIN EN 12354-1

Die Abbildung 21 zeigt vergleichsweise die Werte der analytischen Berechnungen nach Heckl(1), Heckl(2) und DIN EN 12354-1]. Es sind jeweils lineare Verläufe des Schalldämm-Maßes zu erkennen. Die Anstiege zwischen Heckl(1) und Heckl(2) unterscheiden sich, weil die Frequenz f unterschiedlich in die Berechnung eingeht. Die Werte nach [DIN EN 12354-1] liegen immer mindesten 3,9 dB über denen nach Heckl(1). Zusätzlich ist eine Veränderung des Anstiegs der Geraden für [DIN EN 12354-1] ersichtlich, denn der Abstrahlgrad wird über den Frequenzbereich unterschiedlichen berechnet.

Anhand aller drei Möglichkeiten (Heckl(1), Heckl(2) und [DIN EN 12354-1]) der analytischen Berechnung des Schalldämm-Maßes lässt sich das *Bergersche Massegesetz*

erkennen. Dieses sagt aus, dass bei Verdopplung der Masse, beispielsweise Verdopplung der Dicke, das Schalldämm-Maß theoretisch um 6 dB zunimmt.

Wie auch schon Abbildung 18 zeigt, kann das Schalldämm-Maß mittels analytischen Berechnungen näherungsweise abgeschätzt werden. Der tatsächliche Verlauf, wie er sich bei einer Messung widerspiegelt, wird damit aber nicht wiedergegeben. Dazu müssen alle physikalischen Effekte, die auf das Schalldämm-Maß Einfluss nehmen, berücksichtigt werden. Aus diesem Grund wurde das Schalldämm-Maß, wie im nächsten Abschnitt beschreiben, mittels eines FE-Modells berechnet.

5.4 Numerische Bestimmung des Schalldämm-Maßes

Aufgrund der Schwierigkeiten, ein diffuses Schallfeld zu erzeugen und die äquivalente Absorptionsfläche im Empfangsraum zu bestimmen, wurde das Modell an die Messung nach [DIN EN ISO 15186-2] angelehnt. Nach dieser Norm wird im Senderaum der mittlere Schalldruckpegel eines diffusen Schallfeldes und im Empfangsraum die Intensität über eine Messfläche gemessen.

Die Wand kann senderaumseitig nicht so gestaltet werden, dass von dieser nichts reflektiert wird. Somit kann die einfallende Leistung nicht über die von Comsol ausgegebene Intensität ermittelt werden. Zudem ist es nicht möglich im Senderaum ein Rechteck als Messfläche zu definieren, da sich deren Seitenflächen teilweise mit den Raumbegrenzungsflächen überschneiden. Das bedeutet, dass den Seitenflächen der Messfläche eine Randbedingung zugeordnet werden muss. Damit fungiert diese nicht nur als Messfläche, sondern beeinflusst die Berechnung.

Aus diesen Gründen wird die einfallende Leistung auf die Wand über die einfallende Welle mit der Gleichung (1.17) bestimmt.

Die Messfläche im Empfangsraum, auf der die Intensität abgegriffen werden soll, ist so zu gestalten, dass keine Energie an den Seitenränder verloren geht. Die Messfläche muss die Quelle komplett umschließen. Daher wird ein Rechteck als Messfläche gewählt, dessen zur Wand parallele Fläche 0,3 m entfernt ist. Die Entfernung sollte nicht geringer sein, da sonst das Nahfeld der Quelle, hier die Wand, die Intensitätsbestimmung beeinflusst.

Wie in Kapitel 3.2.2 untersucht wurde, wird bei der Intensitätsbestimmung in Comsol 3.5a die wegfließende und auch die zurückfließende Intensität berücksichtigt. Laut [DIN EN ISO 10140-2] ist bei der Bestimmung des Schalldämm-Maßes jedoch ausschließlich der von der Wand abgestrahlte Schall zu bestimmen. Aus diesem Grund ist Sorge zu tragen, dass nichts durch die Messfläche dringt, was von den Raumbegrenzungsflächen reflektiert wird. Daher ist der Empfangsraum als Halbkugel mit einer Strahlungsbedingung erstellt worden. Nach [DIN EN 15186-1] ist das auch zulässig, denn der Empfangsraum darf auch im Freien sein. Der Radius der Halbkugel muss so groß gewählt werden, sodass die Wand und die daran angrenzende Messfläche komplett eingeschlossen werden.

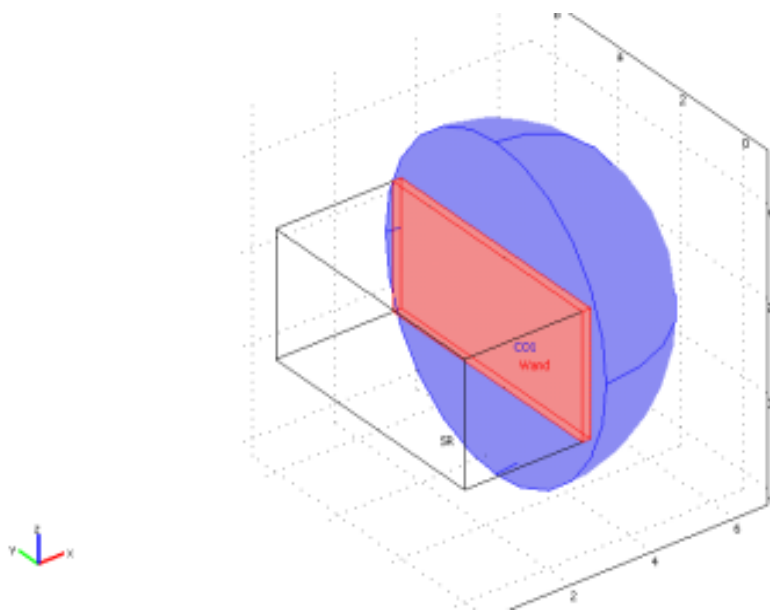


Abbildung 22: Geometrie des in Comsol 3.5a erstellten Simulationsmodells

Anhand von Abbildung 22 ist zu erkennen, dass der Senderaum, wie er in Kapitel 4 untersucht wurde, modelliert wurde. Daran schließt sich die Wand (rot) an. Der Empfangsraum wird mit einer Halbkugel mit dem Radius 3,5 m und einer RBC als nicht-reflektierender Rand modelliert.

Der Wandfläche (Festkörpergebiet), die an den Senderaum anschließt wird der Schalldruck als Kraft \mathbf{F} auf die Wand für die Kopplung zwischen Fluid- und Festkörpergebiet eingeleitet [Multiphysics ATLTPEs].

$$\mathbf{F} = \mathbf{n}_s p \quad (5.9)$$

mit \mathbf{n}_s Normaleneinheitsvektor ins Festkörpergebiet zeigend

Dem Sende- und Empfangsraum (Druck-Akustik-Gebiete) wird die Beschleunigung in Normalenrichtung a_n des Festkörpergebietes zugeführt [Multiphysics ATLTPES].

$$-\mathbf{n}_a \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} \right) \nabla p = a_n \quad (5.10)$$

mit \mathbf{n}_a Normaleneinheitsvektor ins Fluidgebiet zeigend

Die Einteilung des Gebietes in finite Elemente wird frequenzabhängig durchgeführt. Da sich die Wellenlängen zwischen Fluid- und Festkörper unterscheiden, wird auch die Vernetzung dementsprechend ausgeführt. Die dazu verwendeten maximalen Elementgrößen sind im Anhang aufgelistet. Die Geometrie ist jedoch für alle Frequenzen die gleiche, somit erhöht sich die Elementanzahl und damit auch die Rechenzeit mit steigender Frequenz.

Die Berechnung der einfallenden Leistung auf die Wand und der abgestrahlten Leistung von der Wand wird für diskrete Frequenzen innerhalb einer Terz durchgeführt.

5.5 Vergleich und Auswertung der Ergebnisse

Die aus den Leistungen bestimmten Leistungspegel wurden raumweise über die Frequenzen innerhalb einer Terz nach Gleichung (1.12) addiert. Das Schalldämm-Maß wurde anschließend aus der Differenz des Leistungspegels im Senderraum und des Leistungspegels im Empfangsraum gebildet.

Zum Vergleich wurde das Schalldämm-Maß für jede Frequenz bestimmt und darauffolgend in Anlehnung an Gleichung (5.19) aus [Fasold,1998] R_m berechnet:

$$R_m = -10 \cdot \lg \sum 10^{\frac{R_i}{10}} \quad (5.11)$$

mit R_i Schalldämm-Maß für die Frequenz i

Die Herleitung im Anhang und die abweichenden Werte für das Schalldämm-Maß in Abbildung 23 zeigen, dass die Gleichung (5.11) für die Bestimmung des Schalldämm-

Maßes über die Frequenzen nicht angewendet werden darf. Die einfallende Leistung ist für die Frequenzen unterschiedlich und somit gilt nicht mehr der gleiche Ansatz wie im Anhang dargestellt.

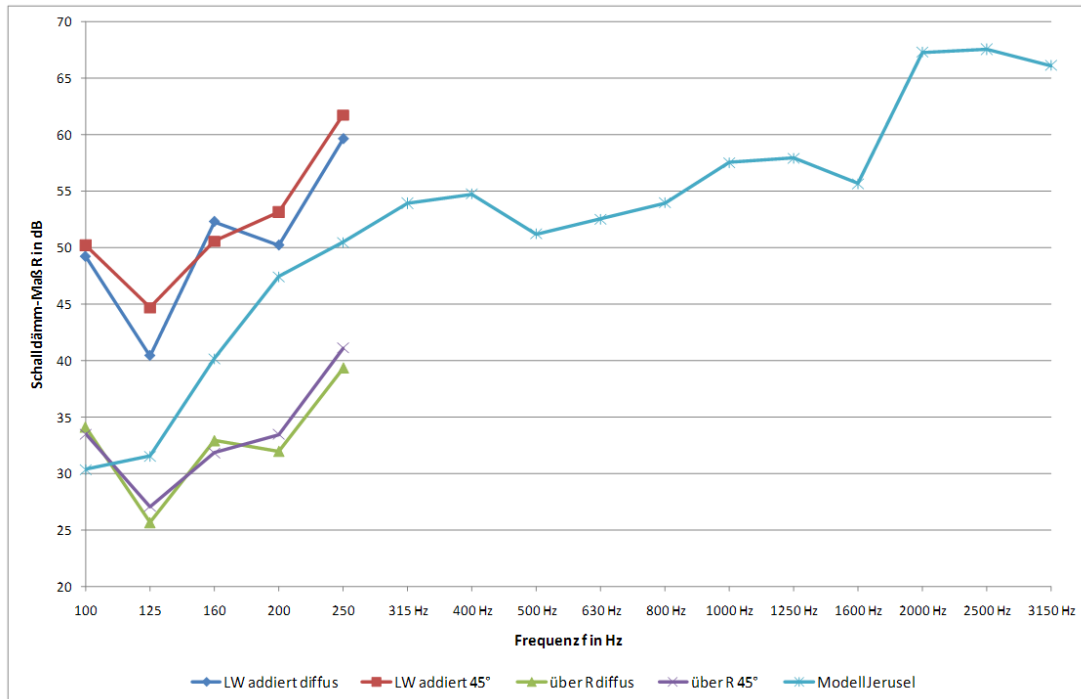


Abbildung 23: Vergleich der Simulationsergebnisse für diffuses Schallfeld und Schalleinfallswinkel von 45° für die verschiedenen Bestimmungen des resultierenden Schalldämm-Maßes mit den Simulationsergebnissen von [Jerusel, 2009]

Abbildung 23 verdeutlicht, dass die mittels Gleichung (5.11) ermittelten Schalldämm-Maße (grüne und lila Kurve) erheblich niedriger sind, als die über das Verhältnis auf-addierte eingespeiste zu auf-addierte abgestrahlte Leistung (rote und blaue Kurve) berechneten. Weiterhin sind die Abweichungen zu Simulationsergebnissen [Jerusel, 2009] (türkise Kurve) nicht außer Acht zu lassen.

Die Unterschiede zu den Werten der Schalldämm-Maße in [Jerusel, 2009] liegen darin begründet, dass nur die Realteile der Intensitäten betrachtet wurden. Denn nur diese drücken die wirklich abgestrahlte Leistung aus. Des Weiteren wurde die Intensität nicht nur über eine zur Wand parallele Fläche abgegriffen, sondern über ein Rechteck, welches als Messfläche dient. Den größten Unterschied stellt aber die Gestaltung des Empfangsraumes dar. Denn dieser wurde jetzt vollständig absorbierend modelliert, damit nur die Intensität bestimmt wird, die auch von der Wand abgestrahlt wird. Jenes und die Vorgehensweise für die Bestimmung der einfallenden Leistung sind für die Abweichungen zu den Simulationsergebnissen der Schalldämm-Maße in [Jerusel, 2009] von großer Bedeutung. Da bei der Modellierung in [Jerusel, 2009] der Sende-

sowie der Empfangsraum schallhart modelliert und die Intensitäten über die gleichen Flächen bestimmt wurden, wird sich der Einfluss der reflektierten Schallwellen ausgleichen. Des Weiteren wurde das resultierende Schalldämm-Maß über die energetische Addition der Leistungspegel auf beiden Seiten der Wand bestimmt. Das dies zu erheblichen Unterschieden im Vergleich zur Bestimmung nach Gleichung (5.11) führt, verdeutlicht Abbildung 23. Außerdem wurde darauf geachtet, dass die finiten Elemente in die die Geometrie eingeteilt wurde, der Anforderungen aus Abschnitt 2.3.1 genügen. Wie der in Abschnitt 2.4 ermittelte Zusammenhang zwischen Elementgröße und Elementanzahl zeigt, steigt der Rechenaufwand erheblich mit steigender Frequenz. Aus diesem Grund kann derzeit nur bis zur Terzmittenfrequenz von 250 Hz gerechnet werden.

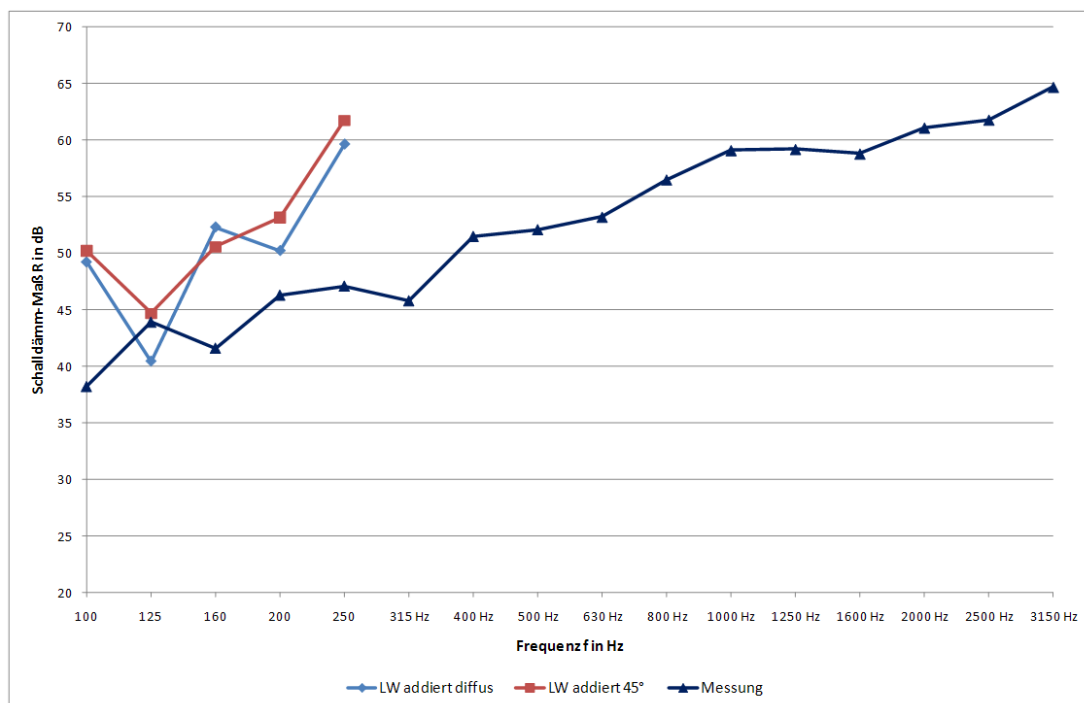


Abbildung 24: Vergleich zwischen den Messergebnissen und den Simulationsergebnissen

Anhand der Abbildung 24 ist zu erkennen, dass die Verläufe der Schalldämm-Maße keinen Geraden gleichen, wie es die analytischen Berechnungen voraussagen. In der Abbildung sind die Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Messergebnissen [Jerusel, 2009] dargestellt. Es sind jedoch nur die Schalldämm-Maße aufgezeigt, die über die frequenzweise aufaddierten Leistungen berechnet wurden. Wie auch Abbildung 5.18 [Fasold, 1998, S. 263] zeigt, ist der typische Frequenzverlauf des Bau-Schalldämm-Maßes von einschaligen Wänden keine Gerade mit konstantem Anstieg. Die Einbrüche in der Messkurve und den Verläufen der Simulationsergebnisse bzw. der flache Anstieg in Abbildung [Fasold, 1998] sind durch die Eigenfrequenzen der

Wand begründet. Es liegt die Vermutung nahe, dass bei den Simulationen gerade der Koinzidenzbereich (Vgl. Abbildung 4) abgedeckt wurde, obwohl die Koinzidenzgrenzfrequenz außerhalb des betrachteten Frequenzbereichs liegt. Dennoch ist bei den numerisch bestimmten Schalldämm-Maßen eine steigende Tendenz mit zunehmender Frequenz zu erkennen. Interessant wäre die Untersuchung für höhere Frequenzen mit leistungsfähigerer Rechentechnik.

Im Vergleich zur Messkurve weichen die Werte für die Simulationen um mindestens 3,5 dB ab. Der Grund dafür ist die nicht exakte Bestimmung der einfallenden Leistung nach Gleichung (1.16) und (1.22). Es kann nicht garantiert werden, dass über die gesamte Wandfläche der Schall schallhart reflektiert wird. Durch die angeregte Biegequelle kann es zu Gebieten der Auslöschung vor der Wand kommen. Ein weiterer Grund ist, dass durch den schrägen Schalleinfall der Reflexionsfaktor nicht 1 ist, wie es bei einer ideal schallharten Wand der Fall wäre. Damit ist der Schalldruck vor der Wand nicht doppelt so groß, wie es für die Berechnung nach Gleichung (1.22) angenommen wurde.

Die Bestimmung des Schalldämm-Maßes über die Ermittlung der Intensität im Senderraum war nicht möglich. Empfangsraumseitig wurde nur die von der Wand abgestrahlte Leistung bestimmt, da der Empfangsraum absorbierend modelliert wurde. Im Senderraum konnte jedoch nicht nur die Leistung berechnet werden, die auf die Wand trifft. Es wurde immer eine Summe aus einfallender und reflektierter Leistung ermittelt.

Das tatsächliche Schalldämm-Maß einer Wand, wie bei einer Messung am Bau, ist geringer, als nach Prüfstandbedingungen simuliert. Dies wird durch die Flankenübertragung begründet. Der Schall kann neben dem direkten Weg auch über die angrenzenden Bauteile übertragen werden. Das führt zu einer Verringerung des Gesamt-Schalldämm-Maßes.

Die Aufgabe dieser Arbeit war es die Genauigkeit der Vereinfachung für die Bestimmung des Schalldämm-Maßes für den Schalleinfallswinkel von 45° , anstelle eines diffusen Schallfeldes im Senderraum zu untersuchen. Die dafür in Kapitel 0 formulierte Abweichung beträgt 2 dB. Wie in Abbildung 24 zu erkennen, wird dieses Ziel nicht erreicht. Die Abweichungen betragen 1,02 dB bis 4,28 dB. Daraus lässt sich schließen, dass mittels dieser Vereinfachung nur eine Abschätzung des Schalldämm-Maßes machbar ist. Eine genaue Vorhersage ist jedoch mit diesem Modell nicht durchführbar.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschreibt das Vorgehen für die Erstellung eines FE-Modells, mit dem das Schalldämm-Maß einer Wand berechnet werden kann. Dabei soll die Genauigkeit der Vereinfachung für die Bestimmung des Schalldämm-Maßes für den Schalleinfallswinkel von 45° , anstelle eines diffusen Schallfeldes, untersucht werden. Diese Genauigkeit wurde eingangs auf 2 dB festgelegt. Damit die bei der Luftschallübertragung auftretenden physikalischen Effekte richtig modelliert werden, wird in den ersten Kapiteln der Umgang mit dem FE-Programm Comsol 3.5a beschrieben. Zuvor werden aber noch die akustischen Grundlagen dargelegt, auf die sich im Laufe der Arbeit bezogen wird. Die Einführung in die FE-Methode und die Untersuchung zur Vernetzung soll eine Abschätzung für den zu erwartenden Rechenaufwand geben. Das Modell des Kugelstrahlers wurde gewählt, weil dessen einfache Geometrie und die analytischen Beschreibungen seines Abstrahlverhaltens, es ermöglichen die Umsetzung und die Genauigkeit der Berechnungen mit Comsol 3.5a zu untersuchen. Die wichtigsten Erkenntnisse in diesem Kapitel waren, dass für einfache abgestrahlte Wellenformen die *radiation boundary condition* die Abstrahlung in ein ideales Freifeld modelliert. Weiterhin wurde erkannt, dass bei Herauslesen der Intensität in Comsol 3.5a immer die Summe der Intensitäten an einem Punkt ermittelt werden. Diese Erkenntnis wurde dann bei der Bestimmung der Leistung der Kugelquelle berücksichtigt. Eine weitere Erprobung des Druck-Akustik-Moduls war die Berechnung der Eigenmoden für den Raum. Im Vergleich zu den analytisch berechneten Eigenfrequenzen wurde bestätigt, dass die Anforderung an die Vernetzung mit sechs Elementen pro Wellenlänge zu einer ausreichenden Genauigkeit führt. Die Modellierung eines diffusen Schallfeldes durch Anregung vieler Raumeigenmoden ist für das Vorhaben dieser Arbeit nicht geeignet. Es kann auf diese Weise kein annähernd diffuses Schallfeld erzeugt werden, bei dem die Schalldruckpegelschwankungen in einem akzeptablen Bereich liegen. Wie eingangs schon erwähnt, soll in dieser Arbeit die Genauigkeit der Vereinfachung für den Schalleinfallswinkel von 45° , anstelle eines diffusen Schallfeldes, untersucht werden. Deswegen wurde im Senderraum zum Einen eine einfallende Welle unter dem Winkel von 45° zur Flächennormalen und zum Anderen die Überlagerung von der einfallenden Welle unter dem Winkel von 45° , mit deren an den schallharten Begrenzungsflächen reflektierten Wellen, modelliert. Auf diese Weise kann die Wand unterschiedlich angeregt werden. Alle Erkenntnisse aus den Voruntersuchungen wurden für die Erstellung des Modells zur Berechnung für das Schalldämm-Maß umgesetzt. Der Vergleich der Ergebnisse aus der FEM-Berechnung mit den analytisch Berechneten nach Heckl und DIN EN 12354-1 zeigt, dass der Verlauf des Schalldämm-Maßes, den die Simulation ergab, nicht wie bei den analytischen Betrachtungen einer Geraden gleicht. Daraus lässt sich schließen, dass bei der Simulation wie auch bei einer Messung am Bau die Eigenmoden der Wand Einfluss haben. Dieses wird

aber bei den analytischen Berechnungen nicht berücksichtigt. Die Simulationsergebnisse liegen immer über den Messergebnissen aus [Jerusel, 2009] und auch über den analytisch berechneten Werten. Dies liegt darin begründet, dass die einfallende Leistung auf die Wand nicht exakt bestimmt werden konnte, sondern nur in Annäherung an die Leistung einer einfallenden Ebenen Welle, die an der Wand schallhart reflektiert wird. Aus diesem Grund müsste in weiteren Untersuchungen eine Möglichkeit gefunden werden, wie nur die Intensität bestimmt werden kann, die wirklich auf die Wand trifft. Des Weiteren sollten Untersuchungen angestellt werden, die bestätigen, dass durch die Modellierung des Empfangsraumes keine Reflexionen an den Raumbegrenzungsflächen entstehen. Summa summarum kann aber mittels des FE-Modells das Schalldämm-Maß für den Schalleinfallswinkel von 45° , anstelle eines diffusen Schalleinfalls, nicht auf 2 dB genau, wie eingangs gefordert, bestimmt werden.

Für weitere Simulationen des Schalldämm-Maßes mittels FEM wäre es interessant die Eigenmoden der Wand genauer zu untersuchen und auch diese mittels Luftschall anzuregen. Somit kann deren Einfluss auf das Schalldämm-Maß besser abgeschätzt werden. Wenn es die Rechenkapazität hergibt, sollten auch die Schalldämm-Maße für höhere Terzmittenfrequenzen berechnet werden, um einen großen Einfluss der Eigenmoden in diesem Bereich auszuschließen. Zudem kann dann der Anstieg des Schalldämm-Maße mit zunehmender Frequenz bestätigt werden. Ein weiterer Punkt wäre auch die Anregung so zu gestalten, dass im Senderaum ein ideales Diffusfeld vorliegt. Durch Anregung von Eigenfrequenzen wird diese Möglichkeit jedoch sehr rechenaufwändig. Für das Modellieren von Messbedingungen am Bau, müssten die Ränder der Wand auf eine andere Art fixiert werden bzw. um die Flankenübertagung zu modellieren, müssten für die Ränder der Wand dementsprechende Randbedingungen definiert werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass für die Modellierung des Schalldämm-Maßes mittels FEM noch viele Untersuchungen getätigt werden müssen, um dieses Problem vollständig modellieren zu können.

Literaturverzeichnis

- [Acoustics UG, 2007] Comsol Multiphysics: Acoustics Module User's Guide, Comsol 3.4, 2007
- [Cremer, 1976] Cremer, Lothar ; Müller, Helmut A.: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik. – Stuttgart: Hirzel
Band 2, Teil 4: Wellentheoretische Raumakustik. – 2. Auflage. – 1976
- [Cremer 1978] Cremer, Lothar ; Müller, Helmut A.: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik. – Stuttgart: Hirzel Verlag
Band 1, Teil 2: Statistische Raumakustik. – 2. Auflage. – 1978
- [DIN 45635-1] DIN 45635-1: Geräuschmessung an Maschinen: Lüftschallemission, Hüllflächen-Verfahren, Rahmenverfahren für 3 Genauigkeitsklassen, April 1984
- [DIN EN 12354-1] DIN EN 12354-1: Bauakustik: Berechnung der akustischen Eigenschaften von Gebäuden aus den Bauteileigenschaften
Teil 1: Luftschalldämmung zwischen Räumen, Dezember 2000
- [DIN EN 12354-3] DIN EN 12354-3: Bauakustik: Berechnung der akustischen Eigenschaften von Gebäuden aus den Bauteileigenschaften
Teil 3: Luftschalldämmung gegen Außenlärm
- [DIN EN ISO 10140-2] DIN EN ISO 10140-2: Akustik: Messung der Schalldämmung von Bauteilen im Prüfstand
Teil 2: Messung der Luftschalldämmung, Dezember 2010
- [DIN EN ISO 10140-4] DIN EN ISO 10140-4: Akustik: Messung der Schalldämmung von Bauteilen im Prüfstand
Teil 4: Messverfahren und Anforderungen, Dezember 2010

- [DIN EN ISO 140-4] DIN EN ISO 140-4: Akustik: Messung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen
Teil 4: Messung der Luftschalldämmung zwischen Räumen in Gebäuden, Dezember 1998
- [DIN EN ISO 15186-1] Akustik: Bestimmung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen aus Schallintensitätsmessungen
Teil 1: Messungen im Prüfstand, Dezember 2003
- [DIN EN ISO 15186-2] Akustik: Bestimmung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen aus Schallintensitätsmessungen
Teil 2: Messungen am Bau, Entwurf, Februar 2010
- [DIN EN ISO 9614-1] DIN EN ISO 9614-1: Akustik: Bestimmung der Schallleistungspegel von Geräuschquellen aus Schallintensitätsmessungen
Teil 1: Messungen an diskreten Punkten
- [EFOAOIC, 2002] European Federation of Association of Insulation Constructors: Eigenschaften von Baustoffen – Schalldämmung, Absorption, Dämpfung. – Berlin: 2002
- [Fasold, 1984] Fasold, Wolfgang (Hrsg.) ; Kraak, Wolfgang (Hrsg.) ; Schirmer, Werner: Taschenbuch Akustik. – Berlin: VEB
Teil 1. – 1. Auflage. – 1984
- [Fasold, 1998] Fasold, Wolfgang ; Veres, Eva: Schallschutz und Raumakustik in der Praxis: Planungsbeispiele und konstruktive Lösungen. – 1.Auflage. Berlin: Verlag für Bauwesen, 1998
- [Heckl, 1994] Heckl, Manfred (Hrsg.) ; Müller, Helmut A. (Hrsg.): Taschenbuch der Technischen Akustik. – 2. Auflage. Berlin: Springer, 1994
- [Hübelt, Skript] Hübelt, Jörn: Skript zur Vorlesung Technische Akustik
Mittweida, Hochschule Mittweida, Fachbereich Mathematik/ Naturwissenschaften/ Informatik

-
- [Jerusel, 2009] Jerusel, Daniel: Messtechnische, analytische und numerische Bestimmung der Schalldämm-Eigenschaften von ein- und mehrschaligen Bauteilen. – 2009. – 61 S. Mittweida, Fachbereich Mathematik/ Physik/ Informatik, Diplomarbeit, 2009
- [Kollmann, 2000] Kollmann, Franz Gustav: Maschinenakustik: Grundlagen, Messtechnik, Berechnung, Beeinflussung. – 2. Auflage. – Berlin: Springer, 2000
- [Kollmann, 2006] Kollmann, Franz Gustav ; Schösser, Thomas Franz ; Angert, Roland: Praktische Maschinenakustik. – Berlin, Springer, 2006
- [Kraak, Skript] Kraak, Wolfgang: Akustische Wellen und Felder Heft 4: Biegewellen, ihr Anregung und Abstrahlung Dresden, Technische Universität Dresden, Fakultät Informationstechnik, Manuskript
- [Marburg, 2008] Marburg, Steffen ; Nolte, Bodo: Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids – Finite and Boundary Element Methods. – Berlin: Springer, 2008
- [Müller, 2004] Müller, Gerhard ; Möser Michael (Hrsg.): Taschenbuch der Technischen Akustik. – 3. Auflage. Berlin: Springer, 2004
- [Multiphysics RG, 2010] Comsol Multiphysics: Reference Guide, Comsol 4.1, Oktober 2010
- [Multiphysics UG, 2008] Comsol Multiphysics: User's Guide, Comsol 3.5a, November 2008
- [Multiphysics ATLTPEs] Comsol Multiphysics: Acoustic Transmission Loss through Periodic Elastic Structures, Comsol 3.5a
- [Sarradj] Sarradj, Ennes: Numerische Akustik
URL: [http://medi.uni-oldenburg.de/download/docs/lehre/pichl09/15 Anhang.pdf](http://medi.uni-oldenburg.de/download/docs/lehre/pichl09/15%20Anhang.pdf)
01.02.2011

- [Schirmer, 2006] Schirmer, Werner (Hrsg.): Technischer Lärmschutz: Grundlagen und praktische Maßnahmen zum Schutz vor Lärm und Schwingungen von Maschinen. – 2. Auflage. Berlin: Springer, 2006
- [Schubert, 2009] Schubert, Stefan: Numerische und analytische Berechnung der Schallabstrahlung von Platten. – 2009. – 52 S. Mittweida, Hochschule Mittweida, Fachbereich Mathematik/ Physik/ Informatik, Diplomarbeit,
- [Veit,1998] Veit, Ivar: Bauakustik: Schallschutz im Hochbau. – Renningen-Malmsheim: expert, 1998 (Kontakt & Studium, Bd. 569)

Anlagen

Tabelle A1: Entfernungen für das Fernfeld eines Kugelstrahlers

f_m in Hz	$k \cdot R = 1$	$k \cdot R = 10$	$k \cdot R = 20$
100	0,55	5,46	10,92
125	0,44	4,37	8,73
160	0,34	3,41	6,82
200	0,27	2,73	5,46
250	0,22	2,18	4,37
315	0,17	1,73	3,47
400	0,14	1,36	2,73
500	0,11	1,09	2,18
630	0,09	0,87	1,73
800	0,07	0,68	1,36
1000	0,05	0,55	1,09
1250	0,04	0,44	0,87
1600	0,03	0,34	0,68
2000	0,03	0,27	0,55
2500	0,02	0,22	0,44
3150	0,02	0,17	0,35

Tabelle A2: Elementgröße und minimale Volumen für die diffusen Räume für die Terzmittenfrequenzen

f_m in Hz	EG = $\lambda/6$	V_{\min} für Faktor 700 in m ³	V_{\min} für Faktor 1000 in m ³
100	0,572	343,00	1000,00
125	0,457	175,62	512,00
160	0,357	83,74	244,14
200	0,286	42,88	125,00
250	0,229	21,95	64,00
315	0,181	10,97	31,99
400	0,143	5,36	15,63
500	0,114	2,74	8,00
630	0,091	1,37	4,00
800	0,071	0,67	1,95
1000	0,057	0,34	1,00
1250	0,046	0,18	0,51
1600	0,036	0,08	0,24
2000	0,029	0,04	0,13
2500	0,023	0,02	0,06
3150	0,018	0,01	0,03

Tabelle A3: analytisch und numerisch bestimmte Eigenfrequenzen des Raumes 2,85 m x 6 m x 2,75 m

n_x	n_y	n_z	f_n analytisch	f_n numerisch mit $\lambda/6$
0	5	2	189,689394	189,715311
3	0	1	190,398193	190,423430
1	6	1	192,086643	192,114144
3	1	1	192,531761	192,558660
2	3	2	193,114414	193,142116
0	2	3	195,629840	195,659590
1	0	3	196,465808	196,496112
2	5	1	196,717103	196,747355
1	1	3	198,534180	198,566243
3	2	1	198,795120	198,826350
1	5	2	198,941880	198,974762
3	3	0	199,287007	199,318088
0	7	0	200,083333	200,116392
1	2	3	204,613884	204,651560
0	3	3	205,805906	205,844285
2	4	2	207,393889	207,433367
3	3	1	208,816988	208,857086
1	7	0	208,875910	208,917042
2	6	0	209,273676	209,314389
0	7	1	209,577106	209,619433

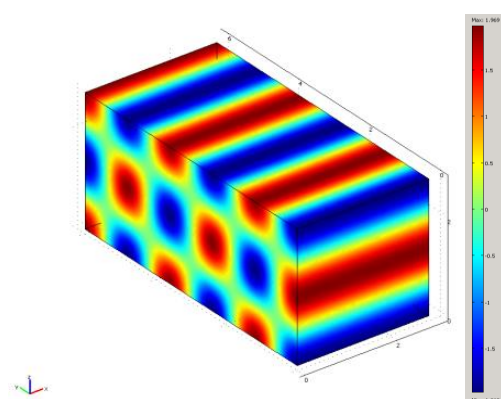


Abbildung A1: Schalldruck auf den Rändern für die Eigenfrequenz 189,715311 Hz;
Legende: -1,969 bis 1,969 Pa

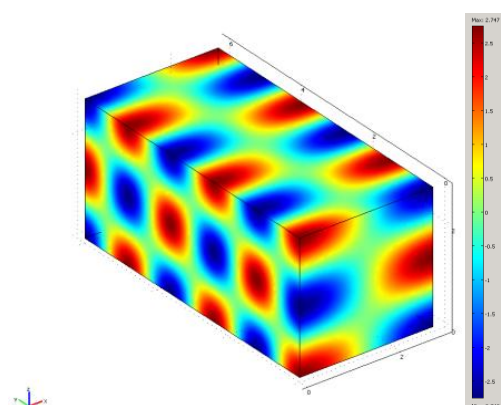


Abbildung A2: Schalldruck auf den Rändern für die Eigenfrequenz 198,974762 Hz;
Legende: -2,748 bis 2,747 Pa

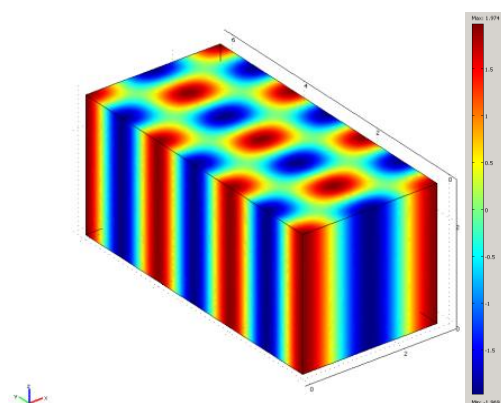


Abbildung A3: Schalldruck auf den Rändern für die Eigenfrequenz 209,314389 Hz;
Legende: -1,969 bis 1,974 Pa

Tabelle A4: Biegewellengeschwindigkeit und Biegewellenlänge der Wand im Vergleich zur Wellenlänge in Luft

f_m in Hz	c_B in m/s	λ_B in m	λ_{Luft} in m
100	385,08	3,85	3,43
125	430,54	3,44	2,74
160	487,10	3,04	2,14
200	544,59	2,72	1,72
250	608,87	2,44	1,37
315	683,45	2,17	1,09
400	770,17	1,93	0,86
500	861,07	1,72	0,69
630	966,55	1,53	0,54
800	1089,18	1,36	0,43
1000	1217,74	1,22	0,34
1250	1361,47	1,09	0,27
1600	1540,33	0,96	0,21
2000	1722,14	0,86	0,17
2500	1925,41	0,77	0,14
3150	2161,27	0,69	0,11

Tabelle A5: analytisch berechnete Biegeeigenfrequenzen der Wand und Terzmittenfrequenz der Terz in der diese liegt

f_{Bn} in Hz	f_m	n_x	n_y
59,32	63	1	1
90,21	100	2	1
141,70	160	3	1
206,38	200	1	2
213,79	200	4	1
237,28	250	2	2
288,76	315	3	2
306,47	315	5	1
360,85	400	4	2
419,74	400	6	1
451,49	500	1	3
453,53	500	5	2
482,38	500	2	3
533,87	500	3	3
566,81	630	6	2
605,96	630	4	3
698,64	630	5	3
700,68	630	7	2
708,08	800	8	1
794,64	800	1	4
811,91	800	6	3

Tabelle A6: numerisch bestimmte Eigenfrequenzen der Wand

f_m in Hz	f_E in Hz
63	63,275588
63	68,193638
100	108,794334
125	115,195147
125	125,076208
125	126,176612
160	169,313017
160	176,475278
200	203,055604
200	210,055337
250	227,038192
250	252,424659
315	293,670473
315	294,855282
315	300,470694
315	307,512038
315	332,307737
315	340,425251
315	352,488667

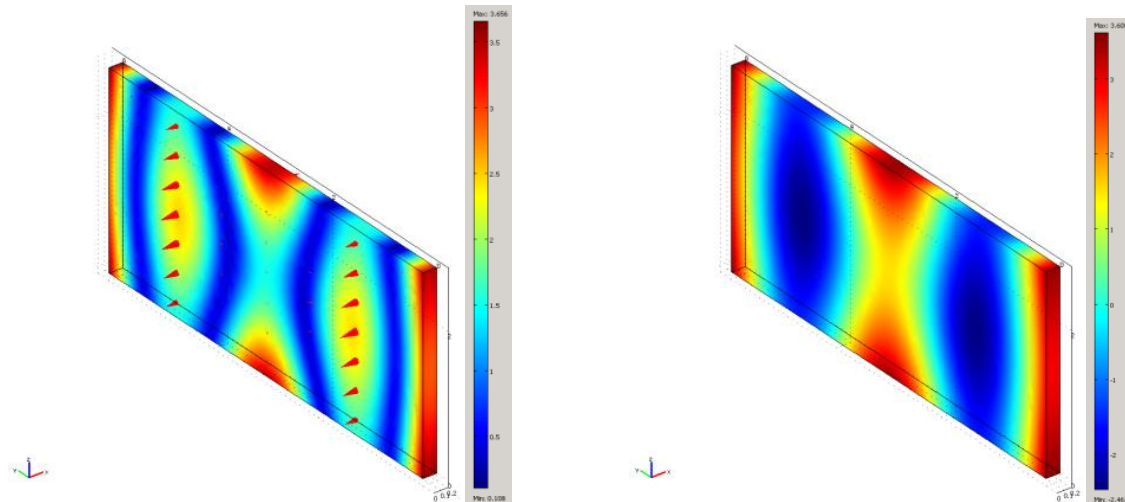


Abbildung A4: links: Gesamtverschiebung auf den Ränder mit Pfeilen für die Gesamtverschiebung für die Eigenfrequenz 125,076208 Hz ; Legende: 0,108 bis 3,656 m
rechts: Verschiebung in x-Richtung auf den Ränder für die Eigenfrequenz 125,076208 Hz ; Legende: -2,461 bis 3,608 m

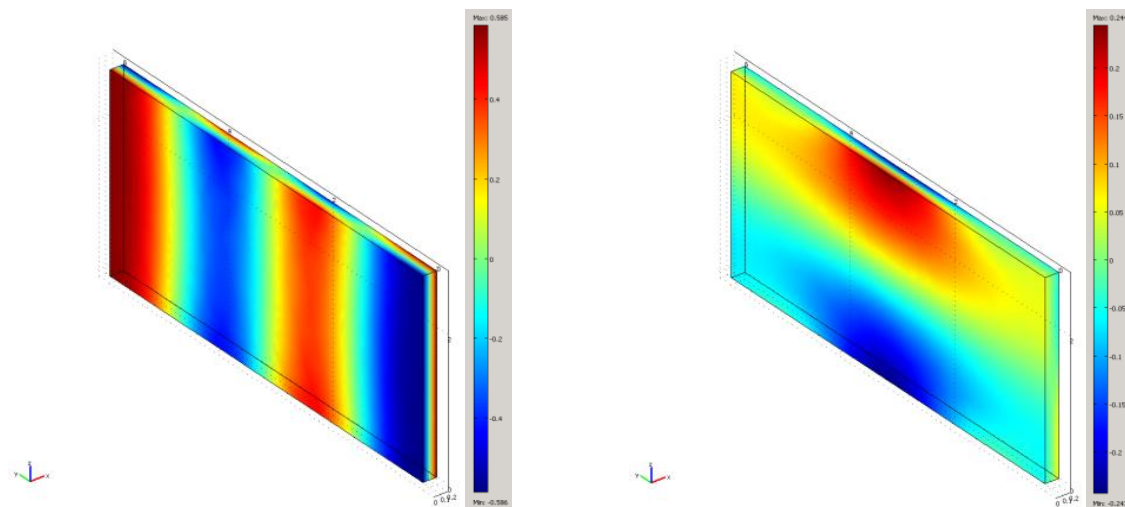


Abbildung A5: links: Verschiebung in y-Richtung auf den Ränder für die Eigenfrequenz 125,076208 Hz ; Legende: -0,586 bis 0,585 m
rechts: Verschiebung in z-Richtung auf den Ränder für die Eigenfrequenz 125,076208 Hz ; Legende: -0,243 bis 0,244 m

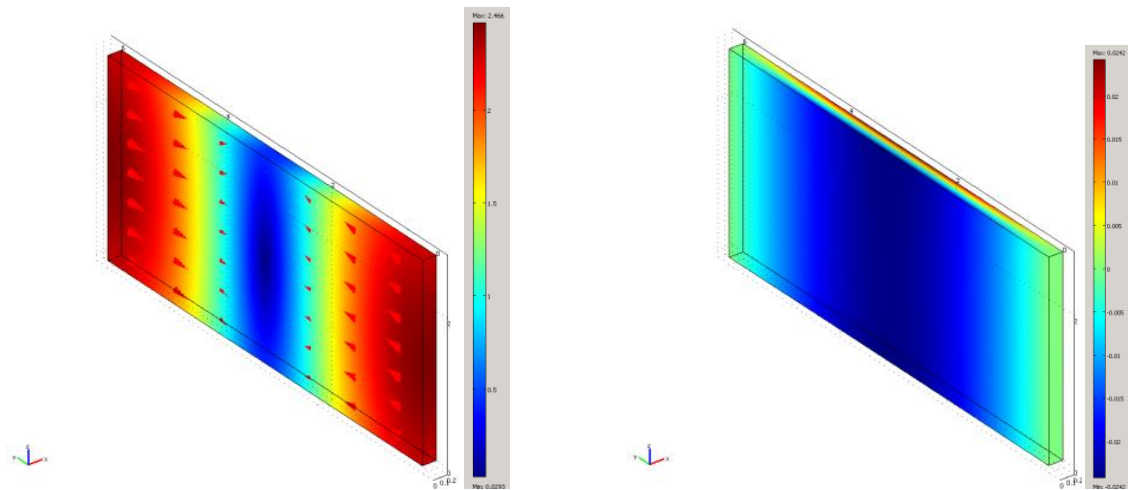


Abbildung A6: links: Gesamtverschiebung auf den Ränder mit Pfeilen für die Gesamtverschiebung für die Eigenfrequenz 332,307737 Hz ; Legende: 0,0293 bis 2,466 m
rechts: Verschiebung in x-Richtung auf den Ränder für die Eigenfrequenz 332,307737 Hz ; Legende: -0,0242 bis 0,0242 m

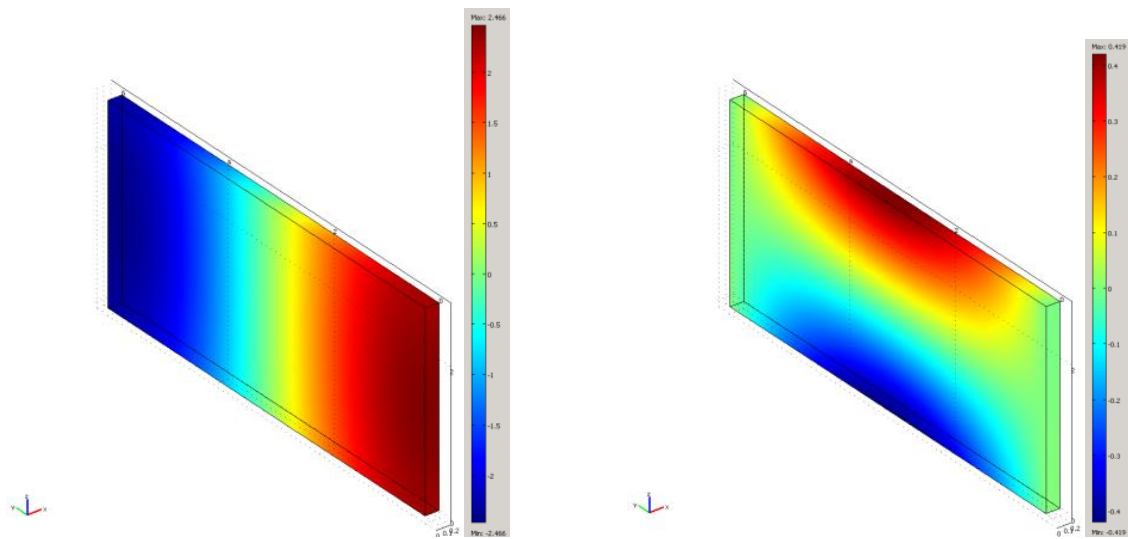


Abbildung A7: links: Verschiebung in y-Richtung auf den Ränder für die Eigenfrequenz 332,307737 Hz ; Legende: -2,466 bis 2,466 m
rechts: Verschiebung in z-Richtung auf den Ränder für die Eigenfrequenz 332,307737 Hz ; Legende: -0,419 bis 0,419 m

*Tabelle A7: analytische Berechnung des Schalldämm-Maßes nach Heckl(1), Heckl(2) und
DIN EN 12354-1*

f_m in Hz	Heckl (1)	Heckl(2)	DIN EN 12354-1
100	34,4	30,0	40,3
125	36,9	32,9	41,8
160	39,5	36,1	43,5
200	42,0	39,0	45,8
250	44,4	41,9	48,9
315	46,9	44,9	51,8
400	49,5	48,0	54,8
500	51,9	50,9	57,5
630	54,4	53,9	60,3
800	57,0	57,1	63,1
1000	59,4	60,0	65,8
1250	61,9	62,9	68,4
1600	64,5	66,1	71,3
2000	67,0	69,0	73,9
2500	69,4	71,9	76,5
3150	71,9	74,9	79,2

Tabelle A8: Ergebnisse der Simulation für diffuses Schallfeld und Schalleinfall von 45° für verschieden Bestimmungen des resultierenden Schalldaämm-Maßes

f_m in Hz	L_W addiert diffus	L_W addiert 45°	über R diffus	über R 45°
100	49,18	50,20	34,07	33,46
125	40,40	44,68	25,61	27,05
160	52,28	50,55	32,87	31,81
200	50,19	53,13	31,93	33,45
250	59,62	61,75	39,31	41,10

Tabelle A9: Vernetzung für die Fluidgebiete (Luft) und das Festkörpergebiet (Wand)

f_m in Hz	f_u in Hz	f_o in Hz	EG _{Luft}	EG _{Wand}
100	89,1	112	0,51	0,61
125	112	141	0,41	0,54
160	141	178	0,32	0,48
200	178	224	0,26	0,43
250	224	282	0,20	0,38
315	282	355	0,16	0,34
400	355	447	0,13	0,30
500	447	562	0,10	0,27
630	562	708	0,08	0,24
800	708	891	0,06	0,22
1000	891	1122	0,05	0,19
1250	1122	1413	0,04	0,17
1600	1413	1778	0,03	0,15
2000	1778	2239	0,03	0,14
2500	2239	2818	0,02	0,12
3150	2818	3548	0,02	0,11

[Fasold, 1998, S231] Gleichung (5.19):

$$R' = -10 \lg \left(10^{\frac{R}{10}} + 10^{\frac{R_{Ff}}{10}} + 10^{\frac{R_{Df}}{10}} 10^{\frac{R_{Fd}}{10}} \right)$$

Ansatz:

$$R' = 10 \lg \frac{P_e}{P_\tau + P_{Ff} + P_{Df} + P_{Fd}} \quad (\text{A.1})$$

$$R' = -10 \lg \frac{P_\tau + P_{Ff} + P_{Df} + P_{Fd}}{P_e} \quad (\text{A.2})$$

$$R' = -10 \lg \frac{P_\tau}{P_e} + \frac{P_{Ff}}{P_e} + \frac{P_{Df}}{P_e} + \frac{P_{Fd}}{P_e} \quad (\text{A.3})$$

$$R = 10 \lg \frac{P_e}{P_\tau} \rightarrow \lg \frac{P_e}{P_\tau} = \frac{R}{10} \rightarrow \lg \frac{P_\tau}{P_e} = -\frac{R}{10} \rightarrow \frac{P_\tau}{P_e} = 10^{-\frac{R}{10}} \quad (\text{A.4})$$

$$R = 10 \lg \frac{P_e}{P_{Ff}} \rightarrow \lg \frac{P_e}{P_{Ff}} = \frac{R}{10} \rightarrow \lg \frac{P_{Ff}}{P_e} = -\frac{R}{10} \rightarrow \frac{P_{Ff}}{P_e} = 10^{-\frac{R}{10}} \quad (\text{A.5})$$

$$R = 10 \lg \frac{P_e}{P_{Df}} \rightarrow \lg \frac{P_e}{P_{Df}} = \frac{R}{10} \rightarrow \lg \frac{P_{Df}}{P_e} = -\frac{R}{10} \rightarrow \frac{P_{Df}}{P_e} = 10^{-\frac{R}{10}} \quad (\text{A.6})$$

$$R = 10 \lg \frac{P_e}{P_{Fd}} \rightarrow \lg \frac{P_e}{P_{Fd}} = \frac{R}{10} \rightarrow \lg \frac{P_{Fd}}{P_e} = -\frac{R}{10} \rightarrow \frac{P_{Fd}}{P_e} = 10^{-\frac{R}{10}} \quad (\text{A.7})$$

Gleichungen (A.4), (A.5), (A.6) und (A.7) in Gleichung (A.3) einsetzen.

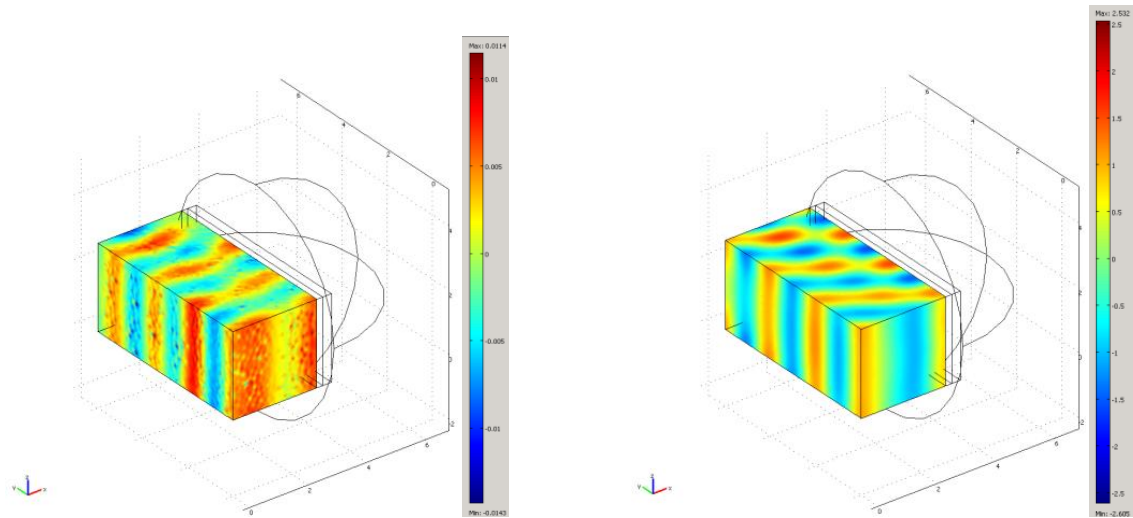


Abbildung A8: links: akustischer Gesamtdruck für 200 Hz im Senderaum mit schallharten Raumbegrenzungsflächen; Legende -0,0143 bis 0,0114 Pa
rechts: akustischer Gesamtdruck für 200 Hz im Senderaum mit nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen; Legende -2,605 bis 2,532 Pa

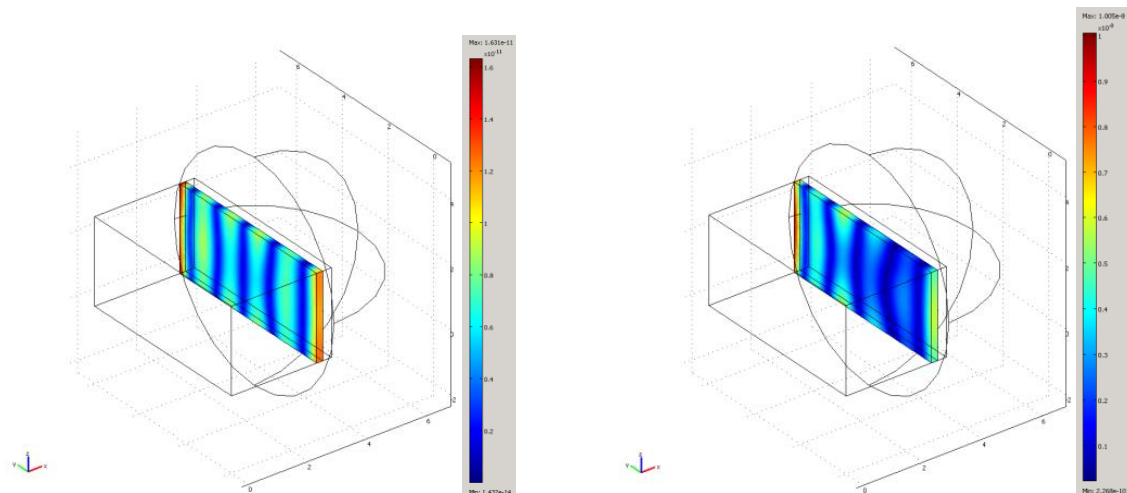


Abbildung A9: links: Gesamtverschiebung der Wand für 200 Hz, Senderaum mit schallharten Raumbegrenzungsflächen; Legende 1,432e-14 bis 1,631e-11 Pa
rechts: Gesamtverschiebung der Wand für 200 Hz Senderaum mit nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen; Legende 2,268e-10 bis 1,005e-8 Pa

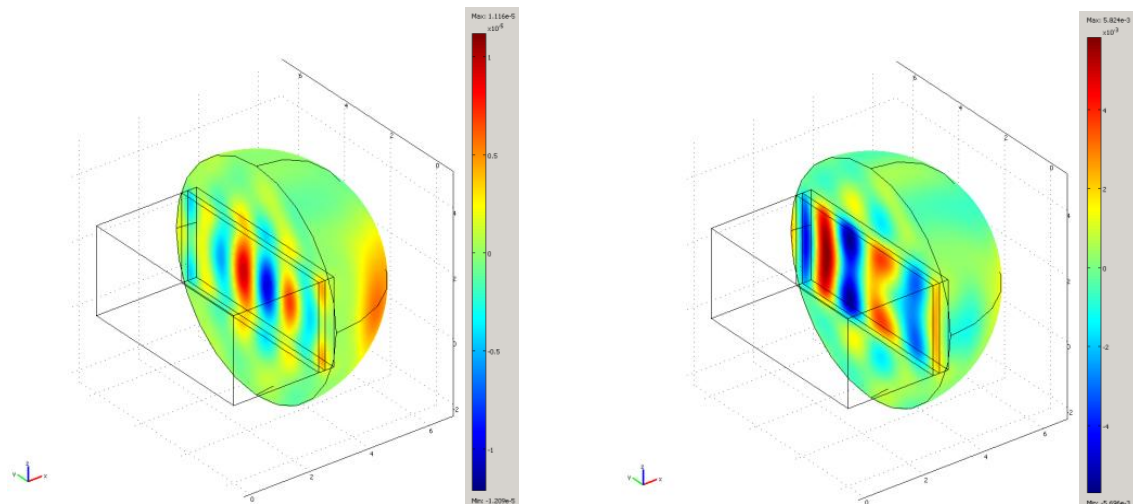


Abbildung A10: links: akustischer Gesamtdruck für 200 Hz im Empfangsraum, Senderaum mit schallharten Raumbegrenzungsflächen ; Legende $-1,209 \times 10^{-5}$ bis $1,116 \times 10^{-5}$ Pa
rechts: akustischer Gesamtdruck für 200 Hz im Empfangsraum, Senderaum mit nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen ; Legende $-5,696 \times 10^{-3}$ bis $5,824 \times 10^{-3}$ Pa

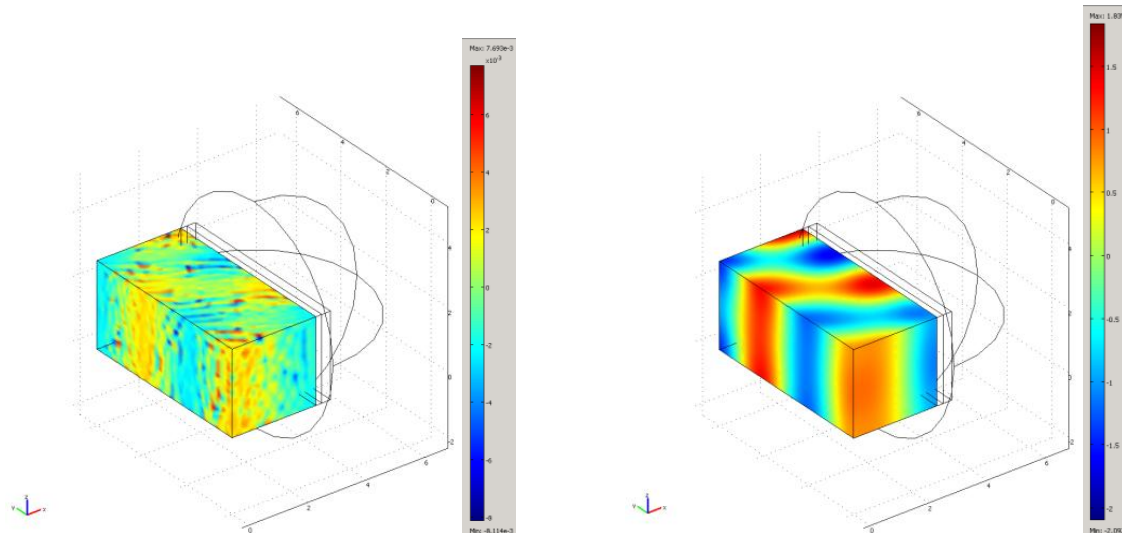


Abbildung A11: links: akustischer Gesamtdruck für 100 Hz im Senderaum mit schallharten Raumbegrenzungsflächen ; Legende $-8,114 \cdot 10^{-3}$ bis $7,693 \cdot 10^{-3}$ Pa
rechts: akustischer Gesamtdruck für 100 Hz im Senderaum mit nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen ; Legende $-2,092$ bis $1,835$ Pa

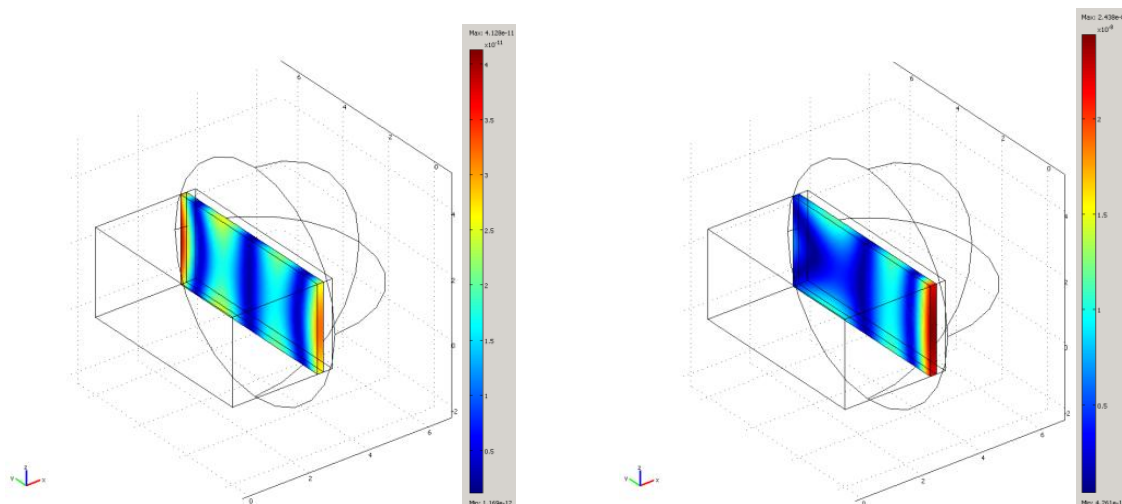


Abbildung A12: links: Gesamtverschiebung der Wand für 100 Hz, Senderaum mit schallharten Raumbegrenzungsflächen ; Legende $1,169 \cdot 10^{-12}$ bis $4,128 \cdot 10^{-11}$ Pa
rechts: Gesamtverschiebung der Wand für 100 Hz Senderaum mit nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen ; Legende $4,261 \cdot 10^{-10}$ bis $2,438 \cdot 10^{-8}$ Pa

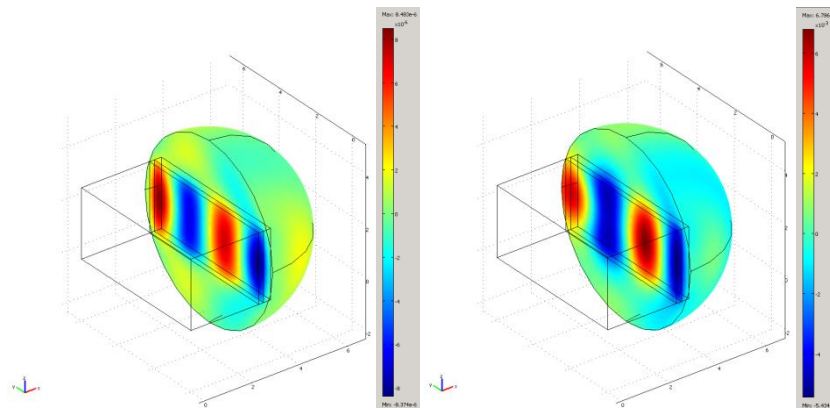


Abbildung A13: links: akustischer Gesamtdruck für 100 Hz im Empfangsraum, Senderaum mit schallharten Raumbegrenzungsflächen ; Legende $-8,374 \cdot 10^{-6}$ bis $8,483 \cdot 10^{-6}$ Pa
rechts: akustischer Gesamtdruck für 100 Hz im Empfangsraum, Senderaum mit nicht-reflektierenden Raumbegrenzungsflächen ; Legende $-5,434 \cdot 10^{-3}$ bis $6,786 \cdot 10^{-3}$ Pa

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ort, Datum

Vorname Nachname